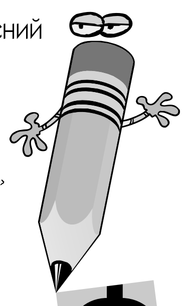
Национальный институт образования

# Факультативные занятия

# Физика

## 9–11 классы

Пособие для учителей
общеобразовательных учреждений
с белорусским и русским
языками обучения



*Рекомендовано
Научно-методическим учреждением
«Национальный институт образования»
Министерства образования
Республики Беларусь*

2-е издание

Минск • «Аверсэв» • 2012

УДК 373.5.016:53
ББК 74.262.22
Ф50

*Серия основана в 2010 году*

**А в т о р ы:**
В. И. Анцулевич, В. В. Дорофейчик, В. В. Жилко,
Л. Г. Маркович, В. А. Пенязь

Ф50 **Физика.** 9—11 классы : пособие для учителей общеобразоват. учреждений с белорус. и рус. яз. обучения / В. И. Анцулевич [и др.]. — 2-е изд. — Минск : Аверсэв, 2012. — 286 с. : ил. — (Факультативные занятия).

ISBN 978-985-533-139-2.

Данное пособие входит в состав учебно-методического комплекса для организации и проведения факультативных занятий по физике в 9—11 классах. В нем представлена методика преподавания факультативного курса.

Адресуется учителям учреждений общего среднего образования.

**УДК 373.5.016:53**
**ББК 74.262.22**

**ISBN 978-985-533-139-2**

# ВВЕДЕНИЕ

Уважаемые коллеги!

Уменьшение нагрузки по естественно-научным предметам и, как следствие, снижение популярности этих предметов среди современной молодежи требуют от учителей использования новых форм и методов работы с учениками.

В настоящее время факультативные занятия в средней школе являются альтернативной формой активизации подготовки к централизованному тестированию, а также существенным элементом профориентации старшеклассников.

Данное издание входит в учебно-методический комплекс, включающий в себя рабочие тетради для факультативных занятий и рекомендации по их проведению. Его структура соответствует содержанию рабочих тетрадей. При подготовке к занятию учитель найдет здесь полезную информацию, включающую в себя как теоретические вопросы для повторения, так и подробные решения задач с ответами. Приводятся также рекомендации по проведению уроков нестандартной формы (конференций, турниров и т. д.).

На факультативных занятиях учащиеся закрепят знания, познакомятся с методикой решения творческих заданий, отработают навык проведения численных расчетов, систематизируют и повторят пройденный материал.

Авторский коллектив будет благодарен за замечания и пожелания, направленные на усовершенствование данного учебно-методического комплекса.

В. В. Дорофейчик, В. А. Пензязь

9 класс

# Простые решения сложных задач

# ПРОГРАММА ФАКУЛЬТАТИВНЫХ ЗАНЯТИЙ
## (1 час в неделю, всего 35 часов)

| Тема | Количество часов | Содержание программы |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| | | *Основы кинематики* |
| Скалярные и векторные величины | 2 | Равенство векторов. Нуль-вектор. Противоположный вектор. Теорема о разности векторов: $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$. Коллинеарность векторов и умножение вектора на число (скаляр). Теорема о разложении вектора по двум неколлинеарным векторам. Координатная ось. Прямоугольная система координат. Координатные векторы. Проекции (координаты) вектора, определение модуля вектора через проекции вектора. [2] Занятия 1, 2 |
| Перемещение. Скорость. Средняя скорость. Движение с постоянной скоростью | 4 | Координатный и графический способы решения задач по кинематике равномерного прямолинейного движения. [2] Занятия 3—5, 8 |
| Сложение скоростей | 2 | Решение задач на сложение скоростей. Упрощение решения некоторых кинематических задач путем оптимизации выбора системы отсчета. Применение координатно-векторных методов. Решение экспериментальных задач по закону сложения скоростей. [2] Занятия 6, 7 |
| Равноускоренное прямолинейное движение | 3 | Решение различных расчетных задач по кинематике равноускоренного движения: на движение при разгоне и торможении, движение с ускорением на некотором участке. Решение задач с применением нелинейных систем уравнений. Решение прямых и обратных графических задач. Построение различных графических зависимостей по заданной зависимости кинематической величины от времени. [2] Занятия 9—11 |
| Движение материальной точки по окружности. Равномерное вращение. Центростремительное ускорение | 2 | Кинематические характеристики равномерного движения. Решение расчетных задач. Равноускоренное движение по окружности. Нормальное и тангенциальное ускорения. [2] Занятия 12, 13 |

*Окончание*

| 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|
| | | *Основы динамики* |
| Законы Ньютона | 4 | Динамика материальной точки.<br>1. Решение задач на применение законов Ньютона.<br>2. Решение задач на движение связанных тел.<br>3. Решение качественных и экспериментальных задач.<br>4. Решение задач на движение по окружности (без учета сил трения).<br>[2] Занятия 14, 18—20 |
| Закон всемирного тяготения. Сила тяжести. Движение тела под действием силы тяжести | 3 | Решение задач на свободное падение тел и тел, брошенных с начальной скоростью вертикально вверх. Решение задач на движение тел, брошенных горизонтально. Решение экспериментальных задач на силу тяжести и вес тела. Решение задач на движение планет и искусственных спутников.<br>[2] Занятия 15—17 |
| Закон Гука. Сила трения. Повторение. Элементы статики и сила Архимеда | 5 | Решение расчетных задач с применением закона Гука и учетом сил трения. Решение экспериментальных задач на силу трения скольжения и сопротивления. Решение статических и динамических задач с учетом силы Архимеда.<br>[2] Занятия 21—25 |
| | | *Законы сохранения в механике* |
| Импульс тела. Импульс силы. Закон сохранения импульса | 2 | Решение расчетных задач с применением понятий импульса силы и импульса тела. Закон сохранения импульса и реактивное движение.<br>[2] Занятия 26, 27 |
| Работа, мощность. Энергия | 3 | Решение задач на работу и мощность постоянной и переменной силы, КПД механизмов. Экспериментальные задачи. Решение задач на применение понятий кинетической и потенциальной энергий, теоремы об изменении кинетической энергии.<br>[2] Занятия 28—30 |
| Закон сохранения механической энергии | 4 | Решение задач с применением закона сохранения полной механической энергии, учетом диссипативных сил, рассмотрением различных консервативных сил; комбинированных задач на столкновение.<br>[2] Занятия 31—34 |
| Повторение | 1 | Решение комбинированных задач.<br>[2] Занятие 35 |

## ОПОРНЫЙ УЧЕБНЫЙ МАТЕРИАЛ

1. Исаченкова, Л. А. Физика : учеб. пособие для 9 класса общеобразоват. учреждений с рус. яз. обучения / Л. А. Исаченкова, Г. В. Пальчик, А. А. Сокольский / под ред. А. А. Сокольского. — Минск : Народная асвета, 2010.

2. Дорофейчик, В. В. Физика. 9 класс. Простые решения сложных задач : рабочая тетрадь : пособие для учащихся общеобразоват. учреждений с белорус. и рус. яз. обучения / В. В. Дорофейчик, В. А. Пенязь. — Минск : НИО ; Аверсэв, 2010.

Учитель может использовать следующие формы организации познавательной деятельности учащихся: теоретическое занятие; практическое занятие по решению задач в малых группах; работу в малых группах с ЭСО «Наглядная физика», «Открытая физика»; экспериментальное исследование; физическую мини-игру «Задачи из шкатулки»; игру «Графики в математике и физике»; игру «Кто лучший знаток кинематики?»; игру «Что? Где? Когда?»; интеллектуальную игру «Физика в гостях у химии и биологии»; работу с тестами; научно-практическую конференцию.

## КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

| Номер занятия | Дата проведения | Тема | Примечание |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | | Векторные величины и действия над ними | |
| 2 | | Умножение вектора на скаляр. Координаты (проекции) вектора | |
| 3 | | Материальная точка. Путь и перемещение | |

*Окончание*

| 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|
| 4 | | Равномерное движение | |
| 5 | | Графики равномерного движения | |
| 6 | | Относительность движения | |
| 7 | | Закон сложения скоростей | |
| 8 | | Средняя скорость | |
| 9 | | Равноускоренное движение | |
| 10 | | Перемещение при равноускоренном движении | |
| 11 | | Графики равноускоренного прямолинейного движения | |
| 12 | | Вращательное движение | |
| 13 | | Задачи от Незнайки | |
| 14 | | Законы Ньютона | |
| 15 | | Гравитационная сила | |
| 16 | | Ускорение свободного падения | |
| 17 | | Движение тела, брошенного горизонтально | |
| 18 | | Движение связанных тел | |
| 19 | | Динамика движения по окружности | |
| 20 | | Исправь ошибки ученика | |
| 21 | | Сила упругости | |
| 22 | | Сила трения | |
| 23 | | Статика | |
| 24 | | Сила Архимеда | |
| 25 | | «Служебная лестница» | |
| 26 | | Импульс тела. Импульс силы | |
| 27 | | Закон сохранения импульса | |
| 28 | | Механическая работа | |
| 29 | | Мощность | |
| 30 | | Механическая энергия | |
| 31 | | Закон сохранения механической энергии | |
| 32 | | Закон сохранения энергии | |
| 33 | | Законы сохранения энергии и импульса | |
| 34 | | Изменение механической энергии | |
| 35 | | Игра «Дуэль» | |

## МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

### Занятие 1. Векторные величины и действия над ними

**Цель:** углубить и систематизировать знания о векторных величинах, их характеристиках, правилах сложения и вычитания векторов.

**Повторение** можно провести, если выполнить задачу 1.1 и вспомнить следующие понятия: скалярные и векторные величины, коллинеарные векторы, модуль вектора, а также правила сложения и вычитания векторов.

**Изучение нового материала*** можно начать с понятия вектора как направленного отрезка, т. е. отрезка, для которого указано, какая из его точек считается началом, а какая — концом. Следует обратить внимание учащихся на широкую вариативность в обозначении векторов. Они (векторы) могут обозначаться как строчными ($\vec{v}$, $\vec{p}$, $\vec{a}$) и заглавными ($\vec{F}$, $\vec{E}$, $\vec{B}$) латинскими буквами, так и двумя заглавными латинскими буквами со стрелкой над ними (например, $\overrightarrow{AB}$). На рисунке 1 показаны векторы и их обозначения: скорость $\vec{v}$, сила $\vec{F}$, перемещение $\overrightarrow{AB}$.

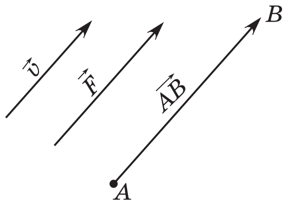


*Рис. 1*

После этого вводится понятие *нулевого вектора* как вектора, начало и конец которого совпадают. Обозначается нулевой вектор одной или двумя буквами, например, $\vec{O}$ или $\overrightarrow{DD}$. Нулевой вектор изображается точкой (рис. 2).

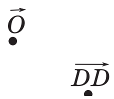


*Рис. 2*

Поскольку вектор определен как направленный отрезок, то можно говорить о длине или *модуле ненулевого вектора* как о длине отрезка, заключенного между началом и концом вектора. На рисунке 1 длина (модуль) $\overrightarrow{AB}$ есть длина отрезка $AB$. Обозначается модуль вектора $\left|\overrightarrow{AB}\right|$. Необходимо при этом за-

* Изучение теории занятий 1 и 2 может быть проведено в форме интегрированного урока с привлечением учителей математики.

метить, что *модуль нулевого вектора равен нулю*, т. е. $\left|\vec{O}\right| = 0$. В процессе беседы учитель должен акцентировать внимание на том, что векторы характеризуются как значением (модулем), так и направлением, поэтому сравнивать их как обычные (действительные) числа нельзя. Чтобы говорить о равенстве векторов, необходимо ввести понятие сонаправленных и противоположно направленных векторов. Обозначаются сонаправленные векторы двумя стрелками одного направления, например $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$, противоположно направленные векторы обозначаются также двумя стрелками, но в противоположном направлении, например $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$. Два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ являются равными, т. е. $\vec{a} = \vec{b}$, если $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$ и $\left|\vec{a}\right| = \left|\vec{b}\right|$.

Напомнив учащимся правила сложения векторов, следует особое внимание уделить правилам вычитания векторов. Определение разности векторов можно ввести через понятие вектора, противоположного вектору $\vec{a}$ (обозначается противоположный вектор «$-\vec{a}$»): $\left|\vec{a}\right| = \left|-\vec{a}\right|$ и $-\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{a}$.

В заключительной части занятия, посвященной основам теории векторов, рекомендуется рассмотреть следующую **теорему**: *для любых векторов* $\vec{a}$ *и* $\vec{b}$ *справедливо равенство* $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$.

Ее доказательство на языке векторной символики может быть представлено следующим образом: $(\vec{a} - \vec{b}) + \vec{b} = \vec{a}$ (по определению разности векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$); прибавив к обеим частям вектор $(-\vec{b})$, получим, что $(\vec{a} - \vec{b}) + \vec{b} + (-\vec{b}) = \vec{a} + (-\vec{b})$, и $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$, так как $\vec{b} + (-\vec{b}) = \vec{0}$.

Необходимо обратить особое внимание учащихся на тот факт, что данная теорема позволяет находить разность векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ через построение противоположного вектора с последующим применением правил сложения векторов: треугольника (рис. 3) и параллелограмма (рис. 4).

Для закрепления знаний целесообразно рассмотреть задачи 1.2—1.5.

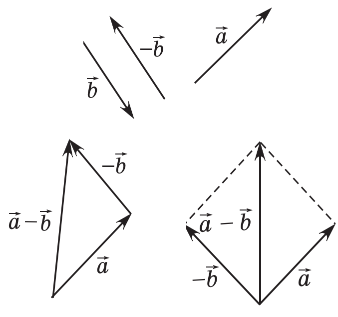



*Рис. 3* *Рис. 4*

## Комментарии, решения и ответы к задачам 1.2—1.5

**Задание 1.2.** а) Да; б) нет; в) да; г) нет.

**Задание 1.3.** а) Условие $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ означает, что четырехугольник $ABCD$ — параллелограмм (по признаку параллелограмма), равенство $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \left|\overrightarrow{BC}\right|$ выражает факт равенства смежных сторон параллелограмма. Таким образом, $ABCD$ — ромб или квадрат.
б) $ABCD$ — трапеция, у которой $AB \parallel CD$.

**Задание 1.5.** $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \vec{a} - \vec{b}$;
$\overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} = \vec{b}$;
$\overrightarrow{BO} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} = \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB} = -\vec{a}$;
$\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} = -\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} - \vec{a}$.

**В результате работы на уроке** учащиеся должны усвоить необходимую символику и терминологию для векторных величин; овладеть двумя способами нахождения разности векторов и научиться применять их при решении задач.

**Рекомендовать учащимся повторить** к следующему занятию: умножение вектора на число, прямоугольную систему координат, координаты точки.

## Занятие 2. Умножение вектора на скаляр. Проекции (координаты) вектора

**Цель:** обобщить, углубить и систематизировать знания об умножении вектора на скаляр, о проекциях (координатах) вектора, прямоугольной системе координат, радиус-векторе, модуле радиус-вектора.

**Повторение:** коллинеарность векторов, равенство векторов, модуль вектора, сложение и вычитание векторов, умножение вектора на скаляр, прямоугольная система координат, координаты точки.

**Изучение нового материала.** Переходя к изложению нового материала, следует отметить, что умножение вектора на число (скаляр) обладает следующими свойствами:

1. $(kl)\vec{a} = k(l\vec{a})$.  2. $(k + l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$.  3. $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$.

Поэтому действия над векторами осуществляются аналогично тому, как это делается для алгебраических выражений. Например, выражение $\vec{p} = 2(\vec{a} - \vec{b}) + (\vec{c} + \vec{a}) - 3(\vec{b} - \vec{c} + \vec{a})$ можно преобразовать как $\vec{p} = 2\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c} + \vec{a} - 3\vec{b} + 3\vec{c} - 3\vec{a} = -5\vec{b} + 4\vec{c}$. Далее обратить внимание учащихся на тот факт, что для любого числа $k$ и ненулевого вектора $\vec{a}$ векторы $\vec{a}$ и $k\vec{a}$ коллинеарны (это следует из определения умножения вектора на скаляр). Целесообразно рассмотреть в виде теоремы и обратное утверждение (**теорема 1**):

***если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны и $\vec{a} \neq \vec{0}$, то существует такое число $k$, что $\vec{b} = k\vec{a}$.***

Доказательство теоремы предполагает рассмотрение двух случаев: $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$ и $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$. На уроке рекомендуется рассмотреть один из них, например второй случай, а первый предложить учащимся рассмотреть в качестве теоретического исследования. Итак, если $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$, то выберем $k = -\dfrac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}$. Так как $k < 0$, то векторы $k\vec{a}$ и $\vec{b}$ сонаправлены. Их модули также равны, поскольку $|k\vec{a}| = |k||\vec{a}| = \dfrac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}|\vec{a}| = |\vec{b}|$. То есть $\vec{b} = k\vec{a}$.

После повторения операции сложения двух векторов внимание учащихся акцентируется на том, что **сумма двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равна третьему вектору $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$.** Затем можно задать вопрос: «Может ли произвольный вектор $\vec{p}$ быть выражен через сумму некоторых векторов и при каких условиях для этих векторов это можно сделать единственным образом?» Для ответа на этот вопрос необходимо ввести определение:

**если вектор $\vec{p}$ может быть представлен в виде $\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b}$, где $x$ и $y$ — некоторые числа, $\vec{a}$ и $\vec{b}$ — два данных вектора, то вектор $\vec{p}$ разложен по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.**

Числа $x$ и $y$ называются **коэффициентами разложения**. Ответ на ранее поставленный вопрос дает **теорема 2**:

***любой вектор можно разложить по двум данным неколлинеарным векторам, причем коэффициенты разложения определяются единственным образом.***

Рассмотрение доказательства данной теоремы (например, по учебнику Л. С. Атанасяна, В. Ф. Бутузова, С. Б. Кадомцева и др. Геометрия 7—9. М. : Просвещение, 1995. С. 219—220) может быть предложено учащимся в качестве домашнего задания. Рекомендуется проиллюстрировать саму формулировку теоремы (рис. 5):

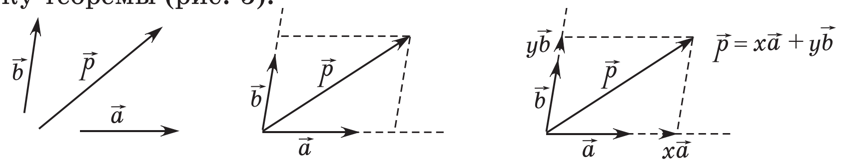



*Рис. 5*

Эта теорема позволяет логически последовательно ввести понятие проекций (координат) вектора и в конечном итоге правила нахождения проекций векторов, которые приведены в учебных пособиях по физике для 9-го класса. Для этого в прямоугольной системе координат вводятся единичные векторы $\vec{i}$ и $\vec{j}$ $(|\vec{i}| = |\vec{j}| = 1)$ так, чтобы направление вектора $\vec{i}$ совпадало с направлением оси $Ox$, а вектора $\vec{j}$ — с направлением оси $Oy$ (рис. 6).

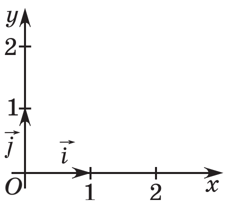



*Рис. 6*

Векторы $\vec{i}$ и $\vec{j}$ носят название **координатных векторов**. Поскольку они не коллинеарны, то любой вектор $\vec{p}$ можно разложить по этим векторам единственным образом (теорема 2), т. е. $\vec{p} = x\vec{i} + y\vec{j}$, при этом коэффициенты разложения $x$ и $y$ теперь уже называются **проекциями**, или **координатами**, вектора $\vec{p}$. Следует заметить для учащихся, что в физике чаще используют название **проекций вектора** на координатные оси и обозначение $\vec{p} = p_x\vec{i} + p_y\vec{j}$, где $p_x$, $p_y$ — проекции вектора $\vec{p}$ на координатные оси $Ox$ и $Oy$. Например, $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j}$ для вектора силы, $\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}$ — для вектора скорости. Могут быть приведены обозначения проекций (координат) вектора, используемые в математике: $\vec{p}(p_x; p_y)$, $\vec{F}(F_x; F_y)$, $\vec{v}(v_x; v_y)$, в частности для координатных векторов $\vec{i}(1; 0)$, $\vec{j}(0; 1)$. Поскольку положение вектора $\overrightarrow{AB}$ в данной прямоугольной системе координат связано с координатами его начала (точка $A$)

и конца (точка $B$), то необходимо ввести понятие **радиус-вектора** как вектора, начало которого совпадает с началом прямоугольной системы координат. На рисунке 7 $\overrightarrow{OA}$ — радиус-вектор. Следует также отметить, что в физике радиус-вектор обозначается $\vec{r}$. Анализируя рисунок 7 и определение радиус-вектора, можно сделать вывод о том, что координаты радиус-вектора равны координатам его конца. Поскольку $\Delta AOB$ — прямоугольный, то $\left|\overrightarrow{OA}\right| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

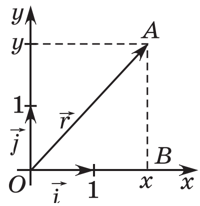


*Рис. 7*

## Комментарии, решения и ответы к заданиям 2.1—2.5

**Задание 2.1.** 1) Неверное (см. определение произведения вектора на скаляр). 2) Неверное. Например, векторы $2\vec{v}$ и $\vec{v}$ — противоположно направленные векторы. 3) Верное. 4) Верное. 5) Верное.

**Задание 2.2.** $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \vec{a} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CB} + \vec{a} =$

$= -\frac{1}{2}\vec{b} + \vec{a} = \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b};\quad \overrightarrow{GD} = -\left(\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}\right).$

**Задание 2.3.** $\vec{a} = 4\vec{j},\ \left|\vec{a}\right| = 4;\ \vec{b} = -3\vec{j} = 0\vec{i} - 3\vec{j},\ \left|\vec{b}\right| = 3;$

$\vec{c} = -3\vec{i} + 6\vec{j},\ \left|\vec{c}\right| = 3\sqrt{5};\ \vec{d} = -4\vec{i},\ \left|\vec{d}\right| = 4;\ \vec{e} = 2\vec{i} + 4\vec{j},$

$\left|\vec{e}\right| = \sqrt{20} = 2\sqrt{5};\ \vec{F} = 3\vec{i},\ \left|\vec{F}\right| = 3.$

Очевидно, что из равенства векторов следует равенство их соответствующих проекций. Тогда $c_x = a_x + b_x$, $c_y = a_y + b_y$. Аналогичное доказательство можно провести для разности векторов.

**Задание 2.4.** Для доказательства построим радиус-векторы $\overrightarrow{OA}$ и $\overrightarrow{OB}$ (рис. 8).

Очевидно, что $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$. Поэтому $\overrightarrow{AB}(x_2 - x_1;\ y_2 - y_1)$.

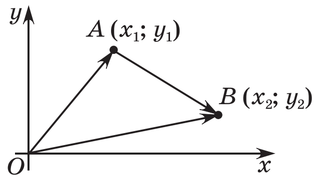


*Рис. 8*

**Задание 2.5.** $\vec{f}(-6;-4),\ \vec{g}(-5;3),\ \vec{p}(5;2),\ \vec{e}(4;-3).$

**В результате работы на уроке** учащиеся должны на уровне понимания усвоить проекции (координаты) векторов как коэффициенты разложения вектора по единичным координатным векторам, понятие радиус-вектора, овладеть способом нахождения проекций вектора через координаты его начала и конца.

**Рекомендовать учащимся** рассмотреть доказательства теорем 1 и 2. Повторить понятия материальной точки, системы отсчета, траектории, пути и перемещения.

## Занятие 3. Материальная точка. Путь и перемещение

**Цель:** повторить и систематизировать понятия «материальная точка», «траектория», «путь» и «перемещение».

**Повторение:** механическое движение, основная задача кинематики, понятия «материальная точка», «система отсчета», «траектория», «путь», «радиус-вектор $\vec{r}$» и «перемещение». Повторение проводится путем рассмотрения теоретических заданий 3.1 и 3.2. Анализируя предложенные задания, учащиеся более глубоко осмыслят физическую модель материальной точки, понятие пути и перемещения, выделят относительные признаки этих физических величин. И если задание 3.1. непосредственно связано с моделированием тела как материальной точки, то задание 3.2 не только способствует воспроизведению ряда понятий кинематики (траектория, путь, перемещение и т. п.), но и развивает критическое мышление.

### Комментарии, решения и ответы к заданиям 3.1—3.6

**Задание 3.1.** Материальной точкой можно моделировать тела, указанные в п. 3 и 5, поскольку размеры гепарда на данной дистанции 600 м и разведчиков в масштабном измерении на карте значительно меньше соответствующих расстояний, а также — в п. 6, поскольку ящик движется поступательно. В остальных случаях тела нельзя моделировать материальной точкой. Для решения задачи, поставленной в п. 1, необходимо знать значение площади опоры лыжника, в п. 2 — объем (радиус) мяча, в п. 4 — радиус заряженной сферы.

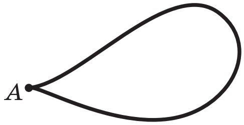


*Рис. 9*

**Задание 3.2.** 1) Тело начало движение из точки $A$ и через некоторый промежуток времени вернулось в исходную точку (рис. 9). Путь $l$ в данном случае равен длине траектории (причем $l \neq 0$), а модуль перемещения $|\Delta\vec{r}| = 0$. Значит,

$$|\Delta\vec{r}| \neq l;$$

2) плоская льдина под действием внешней силы погружена на дно водоема. Необходимо определить модуль силы Архимеда, действующей на льдину, пока она поступательно всплывает на поверхность воды;

3) на земле могут оказаться тела, перемещающиеся с такой же скоростью, как и материальная точка. Относительно этих тел точка перемещаться не будет;

4) пересечение траекторий может происходить в различные моменты времени;

5) см. пример, указанный в п. 1;

6) если движение тела происходит вдоль прямой, которая пересекает координатную ось $Ox$ под некоторым углом $\alpha$, то проекция перемещения не равна модулю перемещения и не равна минус модулю перемещения. В этом случае $\Delta r_x = \Delta r\cos\alpha$. Если $0 \leq \alpha < 90°$, то $\Delta r_x > 0$ (рис. 10, *а*), если $90° < \alpha < 180°$, то $\Delta r_x < 0$ (рис. 10, *б*).

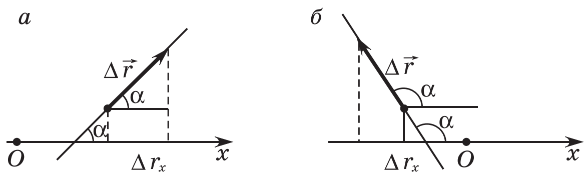



*Рис. 10*

**Задание 3.3.** Перемещение из точки $A$ в точку $B$ — $\Delta\vec{r}_1 = \overrightarrow{AB}$; из точки $B$ в точку $C$ — $\Delta\vec{r}_2 = \overrightarrow{AC}$ (рис. 11).

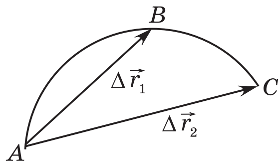



*Рис. 11*

**Задание 3.4.** Путь часового $l = l_1 + l_2 = 1{,}4 \cdot 10^2$ м; модуль перемещения

$$|\Delta\vec{r}| = \sqrt{l_1^2 + l_2^2} = 1{,}0 \cdot 10^2 \text{ м}.$$

**Задание 3.5.** Человек проходит путь $l = 310$ м, модуль перемещения человека за этот же промежуток времени $\Delta r = 250$ м. Искомая величина $\eta$ определяется по формуле

$$\eta = \frac{l - \Delta r}{\Delta r} 100\ \%,\ \eta = 24\ \%.$$

**Задание 3.6.** Изобразим точки $A_0$, $A_1$ и $A_2$ в прямоугольной системе координат $xOy$ (рис. 12). Вычислим длины $l_1$ и $l_2$ отрезков $A_0A_1$ и $A_1A_2$. Путь $l_1 = l_2 = 5$ м (что следует из прямоугольного треугольника $A_0A_1M$). Перемещение тела есть вектор $\Delta\vec{r} = \overrightarrow{A_0A_2}$. Модуль перемещения $\left|\Delta\vec{r}\right| = 6$ м. Тогда

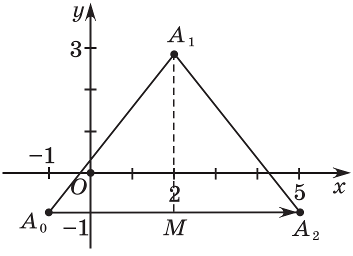



*Рис. 12*

$$\frac{\left|\Delta\vec{r}\right|}{l} = 0{,}6.$$

**В результате работы на уроке** учащиеся должны усвоить понятия материальной точки, поступательного движения, траектории, пути и перемещения, уметь выделять существенные признаки данных понятий, получить определенные навыки моделирования физических процессов.

**Рекомендовать учащимся** повторить равномерное движение и кинематический закон равномерного движения.

## Занятие 4. Равномерное движение

**Цель:** повторить понятие «равномерное движение».

**Повторение** темы «Равномерное движение» проводится при решении задания 4.1. Учащимися должна быть приведена аргументация, опровергающая верность некоторых, на первый взгляд кажущихся верными, утверждений, что позволит более глубоко и осмысленно понять одну из физических моделей — равномерное движение.

### Комментарии, решения и ответы к заданиям 4.1—4.5

**Задание 4.1.** 1) Можно создать такое движение, когда за каждые промежутки времени $\Delta t_1 = 0{,}1$ с тело будет совершать неравные перемещения, но за каждые $\Delta t_2 = 1$ с будет совершать одинаковые перемещения;

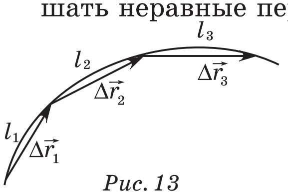



*Рис. 13*

2) таким движением является равномерное движение по окружности, но при этом перемещения тела не равны (рис. 13). $l_1 = l_2 = l_3$, но $\Delta\vec{r}_1 \neq \Delta\vec{r}_2 \neq \Delta\vec{r}_3$;

3) см. п. 2;

4) тело движется в направлении, противоположном оси $Ox$;

5) если известно начальное положение тела, т. е. радиус-вектор $\vec{r}_0$ (рис. 14), и модуль перемещения $\Delta\vec{r}$, то тело может находиться в любой точке окружности с центром в точке $A$ и радиусом $|\Delta\vec{r}|$, т. е. положение тела не может быть определено однозначно.

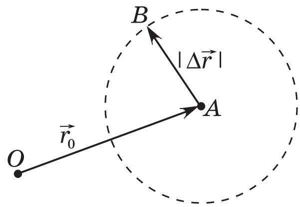


*Рис. 14*

**Задание 4.2.** Для решения данной задачи необходимо выполнить рисунок 15. Тогда путь $l_а$, пройденный автомобилем, равен $l_а = OA = v_а\Delta t$, а мотоциклистом — $l_м = OB = v_м\Delta t$, и $s = AB = \sqrt{v_а^2 + v_м^2}\Delta t$, откуда получим

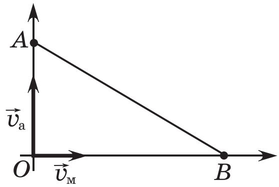


*Рис. 15*

$$v_м = \sqrt{\left(\frac{s}{\Delta t}\right)^2 - v_а^2} = 20\ \frac{м}{с}.$$

**Задание 4.3.** Решение задачи необходимо начать с выполнения рисунков. Пути, пройденные первым и вторым фигуристами до встречи в точке $C$ (рис. 16) соответственно равны $l_1$ и $l - l_1$. Поэтому их скорости могут быть определены как $v_1 = \frac{l_1}{\Delta t_1}$ (1) и $v_2 = \frac{l - l_1}{\Delta t_1}$ (2). Используя рисунок 16, находим пути, пройденные к их встрече в точке $D$, а затем выразим скорости их движения: $v_1 = \frac{l + l_2}{\Delta t_2}$ (3), $v_2 = \frac{2l - l_2}{\Delta t_2}$ (4). Используя равенства (1) и (3), (2) и (4), получим $\frac{l_1}{\Delta t_1} = \frac{l + l_2}{\Delta t_2}$ и $\frac{l - l_1}{\Delta t_1} = \frac{2l - l_2}{\Delta t_2}$, или $\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{l + l_2}{l_1}$ и $\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{2l - l_2}{l - l_1}$, откуда следует

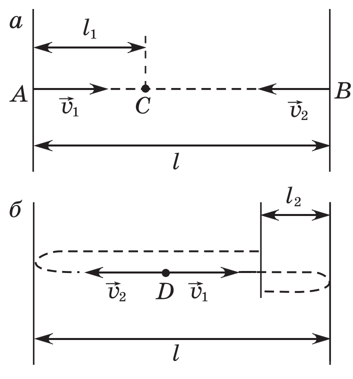


*Рис. 16*

уравнение $\frac{l + l_2}{l_1} = \frac{2l - l_2}{l - l_1}$, результат решения которого — $l = 21$ м. Отношение модулей скоростей $\frac{v_1}{v_2} = \frac{l_1}{l - l_1} = \frac{3}{4}$.

**Задание 4.4.** $x = 9$ м, $v_x = 2\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ при $t = 5$ с. Проекции перемещения $\Delta r_x = x - x_0 = 10$ м, путь $t = 10$ м.

**Задание 4.5.** Используя формулу $v_x = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$, получим

$$v_x = -5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

**В результате работы на уроке** учащиеся должны более глубоко усвоить понятие равномерного движения, кинематического закона движения и его применения в решении задач.

**Рекомендовать учащимся** повторить графики линейной функции и прямой пропорциональности, графики равномерного движения.

## Занятие 5. Графики равномерного движения

**Цель:** обобщить, систематизировать знания о графиках равномерного движения и их взаимной связи.

**Повторение:** прямая пропорциональность; линейные функции и их графики; основные формулы кинематики равномерного движения ($\Delta r_x = v_x t$, $x = x_0 + v_x t$, $l = |v_x| t$, $v_x = \text{const}$), графики равномерного движения.

### Комментарии, решения и ответы к заданиям 5.1—5.4

**Задание 5.1.** Необходимо обратить внимание учащихся на то, что графиком называется геометрическое множество некоторых точек (в частности прямая), координаты которых удовлетворяют некоторому равенству. Верные утверждения: 4) надо пояснить, что это именно отрезок прямой, поскольку движение тела рассматривается в течение ограниченного промежутка времени; 5) сделать уточняющее пояс-

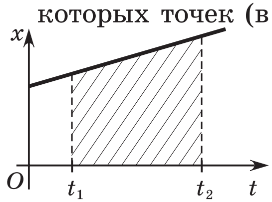


*Рис. 17*

нение, что понятие площади рассматривается для ограниченной фигуры, т. е. фигуры, ограниченной еще и по бокам отрезками прямых (рис. 17); 6) внимание учащихся должно быть обращено на тот факт, что, в отличие от понятия площади в математике, в физике площадь фигуры может быть выражена отрицательным числом; 7); 9).

Неверные утверждения 1, 2, 3, 8.

**Задание 5.2.** а) и б) Первое тело: $v_{x1} = \dfrac{x_1 - x_{01}}{\Delta t_1} = 9{,}0\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$,

$x_1 = 12 + 9{,}0t$ м; второе тело:

$v_{x2} = 3{,}0\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$, $x_2 = 36 + 3{,}0t$ м;

третье тело: $v_x8 = -4{,}0\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$,

$x_8 = 12 - 4{,}0t$ м;

в) момент встречи соответствует пересечению графиков, поэтому путь, пройденный первым телом, равен 12 м, а вторым — 36 м;

г) графики проекции скорости каждого тела представлены на рисунке 18.

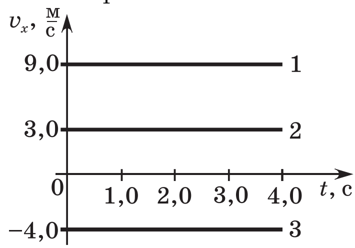



*Рис. 18*

**Задание 5.3.** Графики зависимости проекции скорости, пройденного пути и проекции перемещения от времени изображены соответственно на рисунках 19, 20 и 21.

Необходимо обратить внимание учащихся на то, что график про-

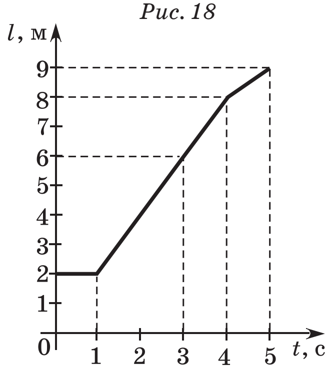



*Рис. 19*

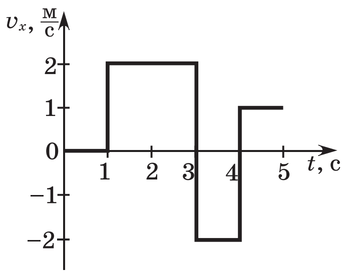



*Рис. 20*

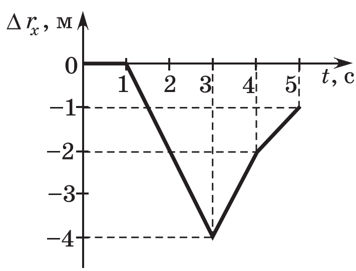



*Рис. 21*

екции перемещения получается из графика координаты для данного движения путем сдвига по оси ординат так, чтобы его начало совпало с началом координат.

**Задание 5.4.** Целесообразно вначале построить график зависимости проекции перемещения от времени (рис. 22, *а*), а затем путем сдвига по оси ординат начала графика в точку $x_0 = -1$ м (рис. 22, *б*) осуществить построение графика зависимости координаты $x$ от времени $t$.

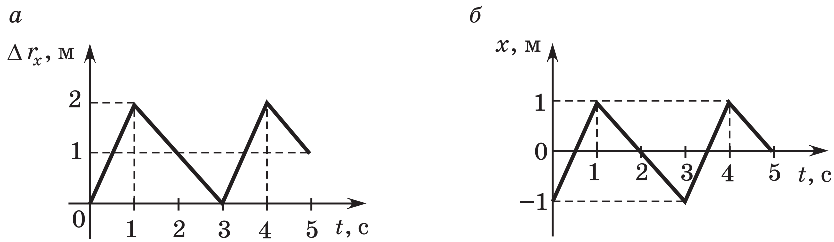



*Рис. 22*

**В результате работы на уроке** учащиеся должны систематизировать и обобщить свои знания о графиках для равномерного движения, их взаимной связи, что позволит им в дальнейшем, используя графические зависимости одних кинематических величин от времени, получать временные зависимости для других.

**Рекомендовать учащимся** повторить понятия относительности движения, системы отсчета.

## Занятие 6. Относительность движения

**Цель:** углубить и систематизировать знания об относительности движения, о применении в задачах различных (подвижных и неподвижных относительно Земли) систем отсчета.

**Повторение:** относительность механического движения.

### Комментарии, решения и ответы к заданиям 6.1—6.5

**Задание 6.1.** Относительными характеристиками движения являются: вид траектории, перемещение, путь и скорость.

**Задание 6.2.** Решение задачи упростится, если перейти в систему отсчета, связанную с поездом, в котором находится пассажир. Тогда скорость второго поезда относительно первого $v_{21} = v_2 - v_1$ (см. задачу 6.3 — второй поезд — аналог попутного ветра). С другой стороны, $v_{21} = \frac{l}{\Delta t}$. Тогда

$$v_2 = \frac{l}{\Delta t} + v_1 = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

**Задание 6.3.** Решение данной задачи можно также осуществить, выбрав в качестве системы отсчета движущуюся колонну. Тогда модуль относительной скорости мотоциклиста в направлении движения колонны $u_2 = v_2 - v_1$ («попутный ветер») и в противоположном $u_2 = v_2 + v_1$ («встречный ветер»). Поэтому время объезда колонны можно определить следующим образом:

$$t = t_1 + t_2 = \frac{l}{v_2 - v_1} + \frac{l}{v_2 + v_1} = 320\ \text{с} = 5{,}3\ \text{мин}.$$

**Задание 6.4.** Обозначим скорость человека относительно эскалатора $v_1$, а скорость движения эскалатора $v_2$. Тогда в первом случае $t_1 = \frac{s}{v_1 + v_2}$ (1), а во втором $t_2 = \frac{s}{2v_1 + v_2}$ (2), где $s$ — длина эскалатора. Из равенств (1) и (2) выразим

$$v_1 + v_2 = \frac{s}{t_1},\ \ 2v_1 + v_2 = \frac{s}{t_2}.$$

Решая данную систему уравнений относительно $v_2$, получим $v_2 = s\left(\frac{2}{t_1} - \frac{1}{t_2}\right)$, откуда найдем время движения стоящего на эскалаторе человека:

$$t = \frac{s}{v_2} = \frac{s}{s\left(\frac{2}{t_1} - \frac{1}{t_2}\right)} = \frac{t_1 t_2}{2t_2 - t_1} = 90\ \text{с} = 1{,}5\ \text{мин}.$$

**Задание 6.5.** Пусть $l$ — расстояние между соответствующими крайними точками двух соседних машин из колонны (рис. 23), а мотоциклист находится в точке $A$. Обгон его машиной из колонны соответствует перемещению точки $B$ в точку $A$ относительно мотоциклиста. Поэтому в первом случае рассмотрим движение тел в системе отсчета, связанной с мотоциклистом. Тогда время обгона $t_1 = \frac{l}{v_\text{к} - v_1}$ (1), где $\upsilon_к$ — скорость движения колонны. Во втором случае удобнее связать систему отсчета с колонной и $t_2 = \dfrac{l}{\upsilon_2 - \upsilon_к}$ (2).

Разделив уравнение (1) на (2), получим $\dfrac{t_1}{t_2} = \dfrac{\upsilon_2 - \upsilon_к}{\upsilon_к - \upsilon_1}$, откуда найдем $\upsilon_к = 72\ \dfrac{км}{ч}$. Если мотоциклист остановится, то каждый последующий автомобиль должен проезжать мимо него, проходя путь $l$ за время $t = \dfrac{l}{\upsilon_к}$, где $l = t_1(\upsilon_к - \upsilon_1)$. Поэтому

$$t = \frac{t_1(\upsilon_к - \upsilon_1)}{\upsilon_к} = t_1\left(1 - \frac{\upsilon_1}{\upsilon_к}\right) = 5{,}0\ \text{с}.$$

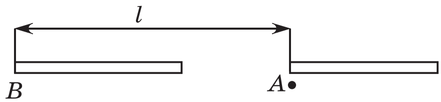



*Рис. 23*

**В результате работы на уроке** учащиеся должны осознанно усвоить понятие относительности механического движения; научиться оптимальным образом выбирать систему отсчета, в частности, в некоторых случаях связывая ее с телом, движущимся относительно Земли, что иногда значительно упрощает решение задач, кажущихся сложными.

**Рекомендовать учащимся** повторить классический закон сложения скоростей, сложение и вычитание векторов, тригонометрические функции $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\mathrm{tg}\,\alpha$ и $\mathrm{ctg}\,\alpha$.

## Занятие 7. Закон сложения скоростей (ЗСС)

**Цель:** углубить и обобщить знания учащихся об относительности движения, о классическом законе сложения скоростей и его применении к решению задач.

**Повторение:** относительность движения, классический закон сложения скоростей, сложение и вычитание векторов, тригонометрические величины $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\mathrm{tg}\,\alpha$ и $\mathrm{ctg}\,\alpha$.

### Комментарии, решения и ответы к заданиям 7.1—7.5

**Задание 7.1.** Эту задачу можно решить координатным методом. Но более рационально ее можно решить, применяя

ЗСС. За промежуток времени $\Delta t_1$ расстояние между поездами составит $\Delta r_1 = v_1 \Delta t_1 = 12$ км. Модуль скорости экспресса относительно электропоезда $v_0 = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Экспресс догонит электропоезд через промежуток времени $\Delta t_2 = \frac{\Delta r_1}{v_0} = 20$ мин на расстоянии от станции $\Delta r_2 = v_2 \Delta t_2 = 36$ км.

**Задание 7.2.** Пусть $\vec{v}_1$ — скорость ветра относительно Земли, $\vec{v}_0$ — скорость капель в безветренную погоду, т. е. скорость капель относительно ветра, тогда скорость капель $\vec{u}$ относительно Земли согласно классическому закону сложения скоростей $\vec{u}_1 = \vec{v}_1 + \vec{v}_0$ (рис. 24). Из прямоугольного треугольника $AOB$ находим $v_0 = v_1 \text{ctg}\, \alpha_1$. Используя данное равенство и равенство $v_0 = v_2 \text{ctg}\, \alpha_2$ (рис. 25), находим модуль скорости ветра во втором случае: $v_2 = v_1 \frac{\text{ctg}\, \alpha_1}{\text{ctg}\, \alpha_2} = 30\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

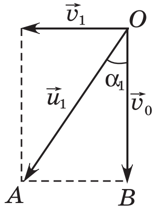


*Рис. 24*

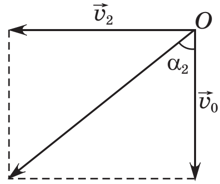


*Рис. 25*

**Задание 7.3.** Внимание учащихся следует обратить на фразу «выдерживая курс перпендикулярно течению», которая означает, что скорость лодки $\vec{v}_2$ должна быть перпендикулярна вектору скорости течения реки $\vec{v}_1$ (рис. 26). В результате применения ЗСС получим $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$, где $\vec{v}$ — скорость лодки относительно берега.

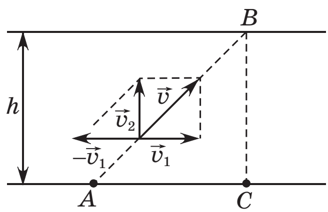


*Рис. 26*

Модуль данной скорости можно найти, используя теорему Пифагора: $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = 2{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Время пересечения реки $t = \frac{h}{v_2} = 20$ с, а расстояние, на которое снесет лодку по реке, $s = v_1 t = 24$ м. Путь $l$, пройденный лодкой относительно берега, равен длине отрезка $AB$: $l = vt = 40$ м.

**Задание 7.4.** Рассматривая данную задачу и сравнивая ее условие с предыдущей (7.3), следует акцентировать внимание учащихся на том факте, что лодка должна пересечь реку по прямой, перпендикулярной ее берегам (рис. 27). Так должна быть направлена ее скорость $\vec{v}$ относительно берега, а модуль может быть найден по формуле $v = \frac{h}{\tau}$. Поскольку согласно

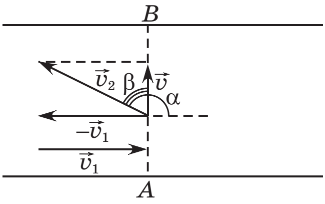



*Рис. 27*

ЗСС $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$, где $\vec{v}_1$ — скорость течения реки, $\vec{v}_2$ — скорость лодки относительно течения, то эта скорость может быть найдена путем сложения векторов $\vec{v}$ и $-\vec{v}_1$, т. е. $\vec{v}_2 = \vec{v} - \vec{v}_1 = \vec{v} + (-\vec{v}_1)$. Модуль скорости

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + v^2} = \sqrt{v_1^2 + \left(\frac{h}{\tau}\right)^2} = 0{,}500\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Угол α — тупой и может быть определен через острый угол β прямоугольного треугольника: $\operatorname{tg}\beta = \frac{v_1}{v} = \frac{3}{4} = 0{,}75$, или $\beta = 37°$ и $\alpha = 127°$.

**Задание 7.5.** Учащимся следует подчеркнуть тот факт, что курс самолета не должен измениться даже при наличии ветра. Поэтому, как и в случае задачи 7.4, корпус самолета должен составлять некоторый угол α с курсом *AB* (рис. 28). При этом модуль этой скорости можно найти, также используя теорему Пифагора:

$$v = \sqrt{v_0^2 - v_1^2} = 320\ \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 50\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Расстояние $l$ между городами можно определить по формуле $l = v_0\Delta t_1$. Тогда разность между временами перелета может быть рассчитана следующим образом:

$$\Delta t = \frac{v_0\Delta t_1}{\sqrt{v_0^2 - v_1^2}} - \Delta t_1 =$$

$$= \left(\frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 - v_1^2}} - 1\right)\Delta t_1 = 0{,}15\ \text{ч} = 9\ \text{мин}.$$

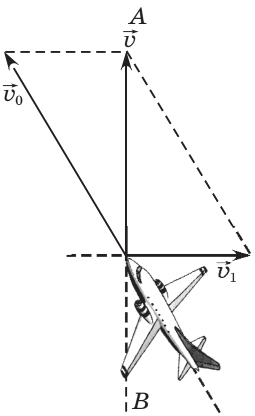



*Рис. 28*

**В результате работы на уроке** учащиеся должны осознанно усвоить классический закон сложения скоростей и научиться применять его в решении различных задач, используя, в частности, метод физических аналогий.

**Рекомендовать учащимся** повторить понятия неравномерного движения, средней скорости перемещения и средней путевой скорости, графические зависимости для равномерного движения.

## Занятие 8. Средняя скорость

**Цель:** систематизировать и обобщить знания о средней скорости, способах ее нахождения.

**Повторение:** понятие неравномерного движения, средней путевой и средней скорости перемещения.

### Комментарии, решения и ответы к заданиям 8.1—8.5

**Задание 8.1.** 1) Если движение прямолинейное и направление скорости не изменяется в течение времени движения, то модуль средней скорости перемещения равен средней скорости пути. Утверждение неверное;

2) учащимся может быть предложено рассмотрение второй части задачи 8.2. Для этого случая $\langle v \rangle = \frac{s}{t}$, где $t = t_1 + t_2$, $t_1$ — время движения на первой половине пути, $t_2$ — на второй. Данные промежутки времени можно определить по формулам:

$$t_1 = \frac{\frac{s}{2}}{\langle v_1 \rangle} = \frac{s}{2\langle v_1 \rangle}, \quad t_2 = \frac{\frac{s}{2}}{\langle v_2 \rangle} = \frac{s}{2\langle v_2 \rangle}.$$

Тогда

$$\langle v \rangle = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2} = 15\ \frac{\text{м}}{\text{с}}, \text{ т. е. } \langle v \rangle < \langle v_1 \rangle.$$

Данный пример доказывает неверность сделанного утверждения;

3) утверждение опровергается примером: материальная точка совершает один полный оборот по окружности радиусом $R$, и за промежуток времени $\Delta t$ перемещение точки равно

нуль-вектору, т. е. $\langle\vec{v}\rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \vec{0}$, но средняя путевая скорость $\langle v\rangle = \frac{2\pi R}{\Delta t} \neq 0$;

4) утверждение верное, так как скорость равномерного движения — постоянная величина: $\vec{v} = \text{const}$ и $|\vec{v}| = \text{const}$;

5) Для данного промежутка времени средняя скорость является постоянной, и данное утверждение верное.

**Задание 8.2.** а) Необходимо обратить внимание учащихся на тот факт, что независимо от траектории и вида движения (равномерного или неравномерного) формула средней путевой скорости имеет вид: $\langle v\rangle = \frac{s}{t}$, где $s$ — путь, пройденный телом за время $t$. В данной задаче $t_1 = t_2 = \frac{t}{2}$. Поэтому

$$s_1 = v_1 t_1 = v_1\frac{t}{2}, \; s_2 = v_2\frac{t}{2}.$$

Тогда

$$s = s_1 = s_2 = (v_1 + v_2)\frac{t}{2} \text{ и } \langle v\rangle = \frac{\left(v_1\frac{t}{2} + v_2\frac{t}{2}\right)}{t} = \frac{v_1 + v_2}{2} = 16\ \frac{\text{м}}{\text{с}},$$

т. е. только в данном случае средняя скорость равна среднему арифметическому скоростей $v_1$ и $v_2$; б) $15\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

**Задание 8.3.** Необходимо вспомнить, что для определения как средней путевой скорости, так и модуля средней скорости перемещения по графику зависимости проекции скорости $v_x$ тела от времени вначале требуется найти проекцию перемещения $\Delta r_x$ (площади прямоугольников, образованных графиками — отрезками прямых, параллельных оси $Ot$, с учетом знака «+» или «−») и путь (площади тех же прямоугольников, взятых только со знаком «+»), т. е.

$$\Delta r_x = 20 \cdot 1 + 10 \cdot 1 + 0 \cdot 1 - 20 \cdot 2 = -10 \text{ м},$$
$$s = 20 \cdot 1 + 10 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 20 \cdot 2 = 70 \text{ м}.$$

Затем определяются искомые величины:

$$|\langle\vec{v}\rangle| = \left|\frac{\Delta r_x}{\Delta t}\right| = 2{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}, \; \langle v\rangle = \frac{s}{\Delta t} = 14\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

**Задание 8.4.** Ответ: $\langle v\rangle = 59\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

**Задание 8.5.** Для решения данной задачи учащимся предлагается рисунок 29. Обозначим через $t$ промежуток времени, в течение которого шел дождь. Автобусы за это время прошли путь, равный длине отрезка $AB$: $s_1 = v_2 t$. Общий путь от $A$ до $C$ (Бреста) $s_0 = s_1 + s = v_2 t + s$. В отсутствие дождя он быть пройден за время $t_0 = \dfrac{v_2 t + s}{v_1}$ (1). Двигаясь в условиях дождя, автобус преодолел его за то же время: $t_0 = t + \dfrac{s}{v_3}$ (2). Из равенств (1) и (2) находим $\dfrac{v_2 t + s}{v_1} = t + \dfrac{s}{v_3}$, откуда получаем $t = \dfrac{(v_3 - v_1)s}{(v_1 - v_2)v_3} = 16$ мин.

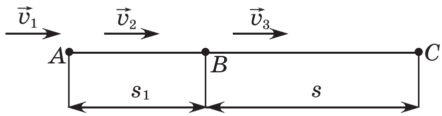



*Рис. 29*

**В результате работы на уроке** учащиеся должны усвоить понятие средней путевой и средней скоростей перемещения, методы расчета модулей этих скоростей, включая графический (координатный).

**Рекомендовать учащимся** повторить понятие равноускоренного движения, ускорения; кинематический закон движения, проекции (координаты) вектора.

## Занятие 9. Равноускоренное прямолинейное движение

**Цель:** обобщить и систематизировать знания о равноускоренном движении и его кинематических характеристиках.

**Повторение:** понятие равноускоренного движения, ускорения, скорости, кинематический закон движения.

### Комментарии, решения и ответы к заданиям 9.1—9.6

**Задание 9.1.** 1) Если тело движется с постоянным ускорением, но со скоростью, модуль которой уменьшается, то вектор ускорения направлен противоположно вектору скорости (рис. 30);

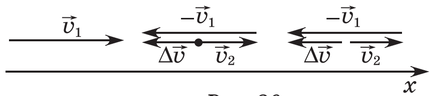



*Рис. 30*

2) верное утверждение (см. п. 1);

3) верное утверждение (см. определение равноускоренного движения);

4) верное утверждение. Поскольку $v_{0x}$, $a_x$ — некоторые числа, то функция $v_x = v_{0x} + a_x t$ является линейной;

5) проекция ускорения (как и сам вектор ускорения) является постоянной величиной (постоянной векторной величиной). Поэтому утверждение верное;

6) площадь между графиком модуля ускорения и осью времени численно равна модулю изменения скорости перемещения. Поэтому утверждение, сделанное в данном пункте, — неверное.

**Задание 9.2.** Необходимо сказать учащимся, что данная задача имеет по крайней мере три способа решения.

*Первый способ.* Используется тот факт, что при равноускоренном движении средняя скорость $\langle v \rangle = \dfrac{v_1 + v_2}{2}$, где $v_1$, $v_2$ — модули начальной и конечной скорости тела для промежутка времени $\Delta t$. В данной задаче $\langle v \rangle = \dfrac{0 + v}{2} = \dfrac{v}{2}$. Время движения можно определить по формуле $\langle v \rangle = \dfrac{l}{t}$, или $t = \dfrac{2l}{v} = 10{,}0$ с. Ускорение находим по формуле $a = \dfrac{v}{t} = 10{,}0\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

*Второй способ* основан на совместном применении формул кинематики равноускоренного движения: $l = \dfrac{at^2}{2}$ и $v = at$, так как $v_0 = 0$. Исключая из данных равенств ускорение $a$, получим $\dfrac{l}{v} = \dfrac{t}{2}$, или $t = \dfrac{2l}{v}$, а затем находим и сам модуль ускорения: $a = \dfrac{v}{t} = \dfrac{v^2}{2l}$.

*Третий способ.* Для решения применим формулу $l = \dfrac{v^2 - v_0^2}{2a}$. Поскольку $v_0 = 0$, то $l = \dfrac{v^2}{2a}$, откуда найдем модуль ускорения $a = \dfrac{v^2}{2l} = 10\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$, а затем время разбега $t = \dfrac{v}{a} = 10{,}0$ с.

**Задание 9.3.** В основу решения данной задачи может быть положена формула для пути, который проходит тело при равноускоренном движении, $l = \dfrac{v_к^2 - v_0^2}{2a}$, при условии, что $v_к > v_0$, где $v_к$, $v_0$ — соответственно модуль конечной и начальной скорости, $a$ — модуль ускорения движения тела. Поскольку $v_к = 4v_0$, то $l = \dfrac{15v_0^2}{2a}$, откуда находим модуль начальной скорости тела

$$v_0 = \sqrt{\frac{2al}{15}} = 2{,}0\ \frac{м}{с}.$$

Время разгона составит $t = \dfrac{v_к - v_0}{a} = \dfrac{3v_0}{a} = 12$ с.

**Задание 9.4.** В обоих случаях используется формула $l = \dfrac{v_0^2}{2a}$.

Ответ: $l_2 = \left(\dfrac{v_{02}}{v_{01}}\right)^2$; $l = 54$ м.

**Задание 9.5.** Запишем формулы пути для равноускоренного движения; для всего пути $l = \dfrac{v^2 - v_0^2}{2a}$, для половины пути $\dfrac{l}{2} = \dfrac{v_1^2 - v_0^2}{2a}$. Деление первого равенства на второе приводит к уравнению $2 = \dfrac{v^2 - v_0^2}{v_1^2 - v_0^2}$, из которого можно выразить и найти модуль скорости тела в конце половины пути

$$v_1 = \sqrt{\frac{v_0^2 + v^2}{2}} = 5\ \frac{м}{с}.$$

**Задание 9.6.** Воспользуемся формулой для пути при равноускоренном движении:

$$l = v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

Подставляя значения времени $t_1 = 9$ с и $t_2 = 10$ с, получим соответствующие данным промежуткам времени пройденные пути:

$$l_1 = 9v_0 + \frac{81a}{2} = 1800 + \frac{81a}{2}\ \text{м}; \quad (1)$$

$$l_2 = 10v_0 + \frac{100a}{2} = 2000 + \frac{100a}{2}\ \text{м}. \quad (2)$$

Вычитая равенство (1) из равенства (2), находим:

$$l = l_2 - l_1 = 200 + \frac{19a}{2}.$$

Отсюда получаем, что

$$a = \frac{2(l - 200)}{19}, \text{ или } a = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Модуль конечной скорости может быть определен из формулы $v = v_0 + a\Delta t = 3 \cdot 10^2\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

**В результате работы на уроке** учащиеся должны на уровне понимания усвоить применение основных кинематических формул для равноускоренного движения.

**Рекомендовать учащимся** повторить кинематический закон движения в векторной и координатной форме, формулы для проекции перемещения и пути при равноускоренном движении.

## Занятие 10. Перемещение при равноускоренном прямолинейном движении

**Цель:** обобщить и систематизировать знания о равноускоренном движении с применением различных кинематических формул для решения задач.

**Повторение:** перемещение и путь при равноускоренном прямолинейном движении.

### Комментарии, решения и ответы к заданиям 10.1—10.6

**Задание 10.1.** 1) Неверное утверждение. Если проекция скорости и проекция ускорения имеют различные знаки, то при равноускоренном прямолинейном движении тело может сначала двигаться в одну, а затем в другую сторону. При этом путь будет больше модуля перемещения;

2) верное. Во-первых, равноускоренное движение — прямолинейное движение. Во-вторых, если $\vec{a} = \text{const}$, то и модуль ускорения $|\vec{a}|$ — постоянное число;

3) верное. Данное уравнение можно получить, если совместно решить уравнения:

$$v_x = v_{0x} + a_x t \text{ и } \Delta r_x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2};$$

4) верное. Теоретическое и экспериментальное обоснование приведено в лабораторной работе «Изучение закономерностей равноускоренного движения»;

5) неверное. Если $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{v}$, то через некоторый промежуток времени тело остановится и начнет движение в противоположном направлении;

6) утверждение верное.

**Задание 10.2.** Обратить внимание учащихся на факт равенства нулю модуля начальной скорости и на то, что путь, пройденный за $n$-ю секунду, определяется формулой

$$l = l(t_n) - l(t_{n-1}) = \frac{at_n^2}{2} - \frac{at_{n-1}^2}{2}.$$

Для десятой секунды

$$l_1 = \frac{at_{10}^2}{2} - \frac{at_9^2}{2} = \frac{100a}{2} - \frac{81a}{2} = \frac{19a}{2}, \text{ или } 38 = \frac{19a}{2}.$$

Отсюда получаем $a = 4\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Затем находим аналогичным образом путь $l_2$, пройденный за двенадцатую секунду:

$$l_2 = \frac{at_{12}^2}{2} - \frac{at_{11}^2}{2} = \frac{a}{2}(144 - 121) = \frac{a}{2} \cdot 23 = 46 \text{ м}.$$

Вместе с тем следует обратить внимание учащихся на более простой способ решения данной задачи. При использовании закономерности, указанной в пункте 4 предыдущего задания:

$$l_1 : l_2 : \ldots : l_{10} : l_{11} : l_{12} = 1 : 2 : \ldots : 19 : 21 : 23.$$

Таким образом, отношение путей $l_{10}$ и $l_{12}$, пройденных соответственно за десятую и двенадцатую секунды, $\frac{l_{10}}{l_{12}} = \frac{19}{23}$. Отсюда находим, что $l_{12} = \frac{23 l_{10}}{19} = 46$ м.

**Задание 10.3.** При решении данной задачи может быть использована закономерность, отмеченная в п. 4 задания 10.1: пути, которые проходит тело за равные последовательные промежутки времени, при прямолинейном равноускоренном движении относятся как ряд нечетных чисел:

$$l_1 : l_2 : l_3 = 1 : 3 : 5.$$

Поэтому решение сводится к задаче о делении длины отрезка в данном отношении. Положим $l_1 = x$, тогда $l_2 = 3x$, $l_3 = 5x$ и весь путь $l = 9x$, или $9x = 2{,}7$ м. Откуда находим, что

$$x = 0{,}30 \text{ м и } l_1 = 0{,}30 \text{ м}, \; l_2 = 0{,}90 \text{ м}, \; l_3 = 1{,}5 \text{ м}.$$

**Задание 10.4.** Внимание учащихся должно быть обращено не только на определенную схожесть условий данной и предыдущей задачи, но и на их существенное отличие:

$$l_1 : l_2 \neq (2n - 1) : (2n + 1).$$

Это обстоятельство имеет место, если начальная скорость $v_0 \neq 0$. Если учесть, что за промежуток времени $2\Delta t$ тело проходит путь $l_1 + l_2$, то модуль ускорения может быть найден из системы уравнений

$$\begin{cases} l_1 = v_0 \Delta t + \dfrac{a\Delta t^2}{2}, \\ l_1 + l_2 = v_0 2\Delta t + \dfrac{a(2\Delta t)^2}{2}. \end{cases}$$

Решение этой системы можно осуществить путем умножения обеих частей первого уравнения на два и последующего вычитания уравнений преобразованной системы. В результате может быть получена формула для вычисления модуля ускорения: $a = \dfrac{2(l_2 - l_1)}{\Delta t^2} = 2{,}0 \; \dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

**Задание 10.5.** Модули ускорения и начальной скорости поезда в начале первого отрезка пути могут быть найдены из системы уравнений

$$\begin{cases} l = v_0 \Delta t_1 + \dfrac{a\Delta t_1^2}{2}, \\ 2l = v_0 (\Delta t_1 + \Delta t_2) + \dfrac{a(\Delta t_1 + \Delta t_2)^2}{2}, \end{cases}$$

которая является линейной при заданных величинах $l$, $\Delta t_1$ и $\Delta t_2$. Ее решение целесообразней провести, подставив предварительно численные значения пути $l$ и промежутков времени $\Delta t_1$ и $\Delta t_2$: $v_0 = 2{,}5 \; \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$, $a = 5{,}0 \; \dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

**Задание 10.6.** Рекомендуем решение данной задачи проводить поясняющим рисунком (рис. 31), из которого следует, что шарик проходит путь от $A$ до $B$, двигаясь снизу вверх за промежуток времени $\Delta t_1$, затем достигает точки $C$ (на мгновение останавливается), а затем начинает двигаться снова, проходя точку $B$ за время $\Delta t_2$ от начала движения. Рациональное решение задачи может быть осуществлено координатным методом. Начало оси $Ox$ выберем в точке $A$, ось $Ox$ направим вдоль плоскости вверх. Запишем кинематический закон движения шарика: $x = v_0 t - \frac{at^2}{2}$. Если $t = \Delta t_1$ и $t = \Delta t_2$, то $x_1 = x_2 = l$, где $x_1$ и $x_2$ — координаты шарика в соответствующие моменты времени. Это позволяет построить следующую систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} l = v_0 \Delta t_1 - \dfrac{a\Delta t_1^2}{2}, \\ l = v_0 \Delta t_2 - \dfrac{a\Delta t_2^2}{2}, \end{cases} \text{или} \begin{cases} 0{,}3 = v_0 - \dfrac{a}{2}, \\ 0{,}3 = 2v_0 - 2a, \end{cases}$$

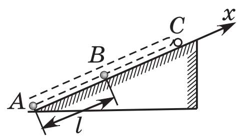


*Рис. 31*

решением которой будет $a = 0{,}30\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, $v_0 = 0{,}45\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

**В результате работы на уроке** учащиеся должны систематизировать свои знания о методах нахождения пути и перемещения при равноускоренном движении.

**Рекомендовать учащимся** повторить графики проекций ускорения, скорости и перемещения, а также пути при равноускоренном движении; графики линейной и квадратичной функций, модуль числа.

## Занятие 11. Графики равноускоренного движения

**Цель:** обобщить и систематизировать знания о графиках равноускоренного движения.

**Повторение:** графики линейной и квадратичной функций; графические зависимости: проекций ускорения, мгновенной скорости, перемещения, координаты, а также пройденного пути от времени движения тела.

## Комментарии, решения и ответы к заданиям 11.1—11.4

**Задание 11.1.** 1) Неверное утверждение, так как точка $A$ пересечения графиков $v_x(t)$ означает лишь факт равенства этих проекций в данный момент времени;

2) верное утверждение, так как $\Delta r_x = v_{0x}t + \dfrac{a_x t^2}{2}$, где $t_0 = 0$, $\Delta t = t$. Данная функция является квадратичной относительно независимой переменной $t$. Графиком квадратичной функции является парабола;

3) верное утверждение (см. п. 1);

4) неверное утверждение;

5) верное утверждение, поскольку $a_x = \dfrac{\Delta v_x}{\Delta t}$ и $\Delta v_x = a_x \Delta t$, т. е. по графику зависимости проекции ускорения от времени можно лишь определить проекцию изменения скорости движения тела;

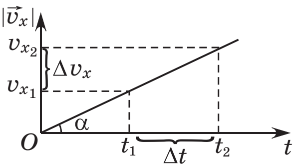


*Рис. 32*

6) верное утверждение, при этом $\left|a_x\right| = \dfrac{\left|\Delta v_x\right|}{\Delta t} = \operatorname{tg} \alpha$, где $\alpha$ — угол наклона графика зависимости модуля изменения скорости к оси времени (см. рис. 32).

**Задание 11.2.** Ответ: а) $v_{0x} = 8\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$, $a_x = -4\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

б) Графики зависимости проекции скорости от времени $v_x(t)$ и проекции ускорения от времени $a_x(t)$ изображены на рисунках 33 и 34.

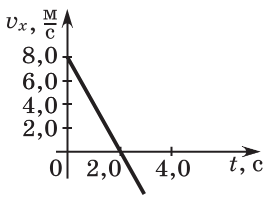


*Рис. 33*

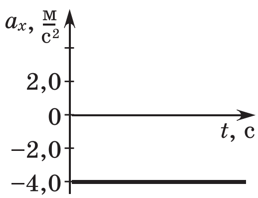


*Рис. 34*

в) Ответ: $x = 10 + 8t - 2t^2$ (м), $\Delta r_x = 8t - 2t^2$ м.

г) Ответ: $x(5) = 0$ м.

д) Проекция перемещения может быть вычислена непосредственно по формуле $\Delta r_x = 8{,}0t - 2{,}0t^2$ при $t = 6{,}0$ с, т. е. $\Delta r_x(6) = -24$ м.

Внимание учащихся должно быть обращено на тот факт, что в течение времени $t = 2{,}0$ с (почему?) тело двигалось в одном направлении $\Delta r_x(2) = 8$ м, а затем в течение $t = 4{,}0$ с движение происходило в противоположном направлении, причем через $\Delta t = 4c$ проекция перемещения $\Delta r_x(4) = 0$ м. Поэтому весь пройденный за время $t = 6{,}0$ с путь равен: $l = 8{,}0 \text{ м} + 8{,}0 \text{ м} + |-24 \text{ м}| = 40$ м.

6) Графики зависимостей координаты от времени $x(t)$, проекции перемещения от времени $\Delta r_x(t)$ и пути от времени $l(t)$ изображены соответственно на рисунках 35, 36, 37.

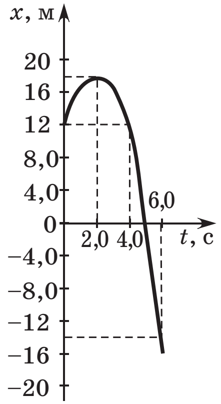



*Рис. 35*

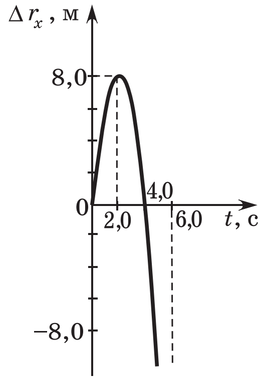



*Рис. 36*

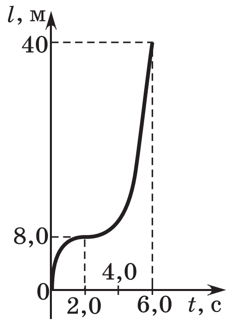



*Рис. 37*

**Задание 11.3.** График зависимости проекции ускорения от времени представлен на рисунке 38.

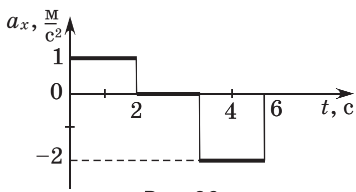



*Рис. 38*

**Задание 11.4.** График зависимости проекции скорости от времени изображен на рисунке 39.

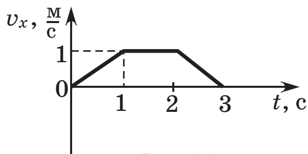



*Рис. 39*

**В результате работы на уроке** учащиеся должны усвоить основные графические зависимости кинематических величин от времени для равноускоренного движения.

**Рекомендовать учащимся** повторить основные кинематические формулы для движения по окружности со скоростью, модуль которой постоянен, радианную меру углов, касательную к окружности.

## Занятие 12. Вращательное движение

**Цель:** обобщить и систематизировать знания о движении материальной точки по окружности с постоянным модулем скорости (равномерное движение).

**Повторение:** кинематические характеристики вращательного движения: угловая и линейная скорости, частота и период вращения, центростремительное ускорение.

### Комментарии, решения и ответы к заданиям 12.1—12.6

**Задание 12.1.** 1) Верное; 2) верное, так как $\nu = \frac{1}{60}\ \frac{\text{об}}{\text{с}}$, $\omega = 2\pi\nu = \frac{\pi}{30}\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; 3) верное; 4) верное; 5) неверное, период вращения не зависит от радиуса окружности; 6) верное, поскольку если $\nu_1 = \nu_2$, то $\omega_1 R = \omega_2 3R$ и $\omega_1 = 3\omega_2$; 7) утверждение неверное. Минутная стрелка делает один оборот за 1 ч, а часовая — за 12 ч. Поэтому $\frac{\nu_\text{ч}}{\nu_\text{м}} = \frac{1}{12}$, т. е. $\nu_\text{м} = 12\nu_\text{ч}$, частота вращения минутной стрелки в 12 раз больше часовой; 8) верное; 9) неверное. Центростремительные ускорения первой и второй точек могут быть определены по формулам: $a_{\text{ц}1} = \frac{v^2}{R}$ и $a_{\text{ц}2} = \frac{v^2}{2R}$. Следовательно, $\frac{a_{\text{ц}1}}{a_{\text{ц}2}} = 2$ и $a_{\text{ц}1} = 2a_{\text{ц}2}$, т. е. центростремительное ускорение второй точки в 2 раза меньше ускорения первой; 10) неверное. Можно доказать, что модули скоростей точек обода зависят от расстояния от точки соприкосновения обода с поверхностью Земли до данной точки обода (рис. 40).

$$v_B = 0,\ v_A = 2v.$$

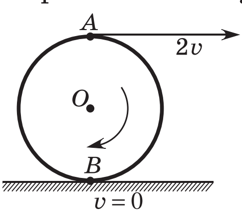



*Рис. 40*

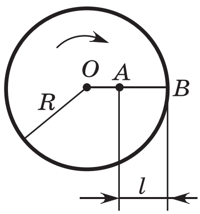



*Рис. 41*

**Задание 12.2.** $\nu = 5{,}0\ \frac{\text{об}}{\text{с}}$, $T = 0{,}20$ с.

**Задание 12.3.** Пусть $\omega$ — угловая скорость вращающегося диска. Линейная скорость точек $A$ и $B$ (рис. 41) может быть определена по формулам $v_A = \omega(R - l)$, $v_B = \omega R$. Тогда $n = \frac{v_B}{v_A} = \frac{R}{R - l}$, откуда получаем, что $R = \frac{n}{n - 1} l$, или $R = 25$ см.

**Задание 12.4.** По условию задачи $\frac{R_1}{R_2} = 2$, $\frac{\nu_2}{\nu_1} = 8$, где $R_1$, $\nu_1$ — радиус и частота вращения колес автомобиля, а $R_2$, $\nu_2$ — радиус и частота вращения колес трактора. Используя формулу линейной скорости и центростремительного ускорения, можно установить, что $\frac{v_1}{v_2} = 4$, $\frac{a_1}{a_2} = 32$.

**Задание 12.5.** Введем радиус $R$ кольцевой дороги (рис. 42). Тогда модули линейных скоростей велосипедистов будут $v_1 = \frac{2\pi}{T_1} R$ и $v_2 = \frac{2\pi}{T_2} R$. Если рассматривать движение велосипедистов в системе отсчета, связанной с одним из них (например, вторым велосипедистом), то первый движется с относительной скоростью

$$v_{\text{отн}} = v_1 + v_2 = \frac{2\pi R\left(T_1 + T_2\right)}{T_1 T_2}.$$

Поскольку до встречи ему предстоит проехать путь $l = 2\pi R$ (рис. 43), то время встречи будет определяться соотношением

$$T = \frac{l}{v_{\text{отн}}} = \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2} = 3{,}6 \text{ мин.}$$

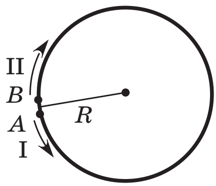



*Рис. 42*

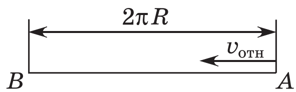



*Рис. 43*

**Задание 12.6.** Итак, длина отрезка $l$. Обозначим радиус вращения точки $A$ (рис. 44) через $r$ (м). Тогда радиус вращения второго конца $R = l - r$ (м). Используя формулу для центростремительного ускорения $a_1 = \omega^2 r$, вычислим радиус вращения

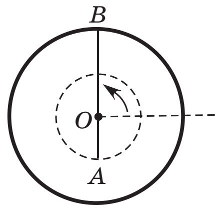



*Рис. 44*

$r = \frac{a_1}{\omega^2} = 0{,}625$ м. В этом случае, радиус $R = 1{,}875$ м, и центростремительное ускорение второго конца

$$a_2 = 30\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

**В результате работы на уроке** учащиеся должны усвоить основные характеристики вращательного движения и научиться применять в решении задач кинематики равномерного вращения.

**Рекомендовать учащимся** повторить основные формулы кинематики, графики зависимостей кинематических величин для равномерного и равноускоренного движения.

## Занятие 13. Задачи от Незнайки

**Цель:** повторить и систематизировать знания по теме «Кинематика».

**Повторение:** понятия равномерного и равноускоренного движений, движения по окружности с постоянным модулем скорости; основные кинематические формулы и закономерности, графики равномерного движения.

### Комментарии, решения и ответы к заданиям 13.1—13.6

**Задание 13.1.** 1) 120 м; 2) проекцию перемещения $\Delta r_x$ Незнайки можно найти, используя формулу $\Delta r_x = x - x_0$, $\Delta r_x = -120$ м; 3) Незнайка перемещался в течение промежутков времени от 0 с до 50 с, от 160 с до 240 с, от 320 с до 400 с (в другие промежутки времени Незнайка отдыхал, т. е. не перемещался). Пути, пройденные Незнайкой за указанные промежутки времени, равны соответствующим модулям перемещения: $s_1 = \Delta r_1 = 80$ м, $s_2 = \Delta r_2 = 120$ м, $s_3 = \Delta r_3 = 160$ м. Весь путь Незнайки составил $s = 0{,}36$ км; 4) $v_x = -1{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; 5) в промежуток времени 320 с — 400 с; 6) $\langle v \rangle = 0{,}9\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; 7) $x = 120 - 1{,}0t$ м.

**Задание 13.2.** На некорректность условия задачи указывает несоответствие данных в задаче значений физических величин. За промежуток времени $\Delta t = 2{,}0$ с тормозной путь автомобиля должен составить $\Delta r = \frac{v_0}{2}\Delta t = 10$ м, а не 8,0 м, как указал Незнайка. Условие задачи станет правильным, если исключить одну из трех величин: начальную скорость, или перемещение, или промежуток времени.

**Задание 13.3.** В первой формуле фактически скрыта зависимость линейной скорости от радиуса вращения. Поэтому правильной с точки зрения зависимости от радиуса является вторая формула, так как значение угловой скорости при равномерном вращении не зависит от радиуса вращения $R$.

**Задание 13.4.** Время движения $t_0$ лодки по озеру туда и обратно определяется по формуле $t_0 = \frac{2l}{v_0}$, где $v_0$ — модуль скорости лодки при движении по озеру. Время движения лодки $t_1$ по течению и против течения реки на расстояние $l$ будет:

$$t_1 = \frac{l}{v_0 + u_р} + \frac{l}{v_0 - u_р} = \frac{2lv_0}{v_0^2 - u_р^2}.$$

Здесь $u_р$ — модуль скорости течения реки. Оценим разность

$$\Delta t = t_1 - t_0 = \frac{2lv_0}{v_0^2 - u_р^2} - \frac{2l}{v_0} = \frac{2lu_р^2}{v_0\left(v_0^2 - u_р^2\right)}.$$

Поскольку $v_0 > u_р$, то $\Delta t > 0$. Следовательно, $t_1 > t_0$, т. е., двигаясь по реке, Незнайка затратит больше времени, чем по озеру.

**Задание 13.5.** Предположим, что Незнайка прав и движение тела можно считать равноускоренным. Тогда за одну, две и три секунды оно прошло соответственно пути, равные 1 м, 3 м и 6 м. Воспользовавшись формулой $\Delta r = v_0\Delta t + \frac{a\Delta t^2}{2}$, составим систему уравнений:

$$\begin{cases} v_0 + \frac{a}{2} = 1, \\ 2v_0 + 2a = 3, \\ 3v_0 + \frac{9}{2}a = 6. \end{cases}$$

Анализ данной системы показывает, что она не имеет решения. Вывод: Незнайка ошибся.

**Задание 13.6.** Такое движение возможно. Это движение по окружностям с общим центром и одинаковым периодом (угловой скоростью или частотой) вращения. При этом отношение радиусов $r_Н$ и $r_д$ Незнайки и друга $\frac{r_Н}{r_д} = \frac{2}{1}$.

**В результате работы на уроке** учащиеся должны усвоить закономерности равномерного и равноускоренного прямолинейных движений, а также движения по окружности с постоянным модулем скорости.

**Рекомендовать учащимся** повторить понятия векторов и действий над ними, проекций векторов, массы и силы; законы Ньютона.

## Занятие 14. Законы Ньютона

**Цель:** формировать умения решать задачи с применением законов Ньютона.

**Повторение:** первый, второй и третий законы Ньютона, инерциальные системы отсчета и равнодействующая сила.

### Комментарии, решения и ответы к заданиям 14.1—14.6

**Задание 14.1.** Инерциальную систему отсчета можно связывать только с равномерно движущимися телами, т. е. с человеком и автомобилем.

**Задание 14.2.** 1) В первом случае сила тяжести бруска уравновешивается силой упругости поверхности стола.

2) Во втором случае сила натяжения нити уравновешивается силой трения скольжения, а сила тяжести уравновешивается силой реакции опоры.

**Задание 14.3.** Результирующая сила $\vec{F}$ может быть найдена как векторная сумма сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, т. е. $\vec{F}_р = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Модуль результирующей силы $\left|\vec{F}\right|$ может быть определен по формуле

$$\left|\vec{F}\right| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}.$$

Ответы к данной задаче даны в таблице.

| | Рис. 1 | Рис. 2 | Рис. 3 |
|---|---|---|---|
| Проекция силы $\vec{F_1}$ на ось $Ox$: $F_{1x}$, Н | 0 | 0 | 0 |
| Проекция силы $\vec{F_1}$ на ось $Oy$: $F_{1y}$, Н | −15 | −15 | −15 |
| Проекция силы $\vec{F_2}$ на ось $Ox$: $F_{2x}$, Н | 0 | $4\sqrt{3}$ | 8 |
| Проекция силы $\vec{F_2}$ на ось $Oy$: $F_{2y}$, Н | 8 | 4 | 0 |
| Проекция результирующей силы $\vec{F}$ на ось $Ox$: $F_x$, Н | 0 | $4\sqrt{3}$ | 8 |
| Проекция результирующей силы $\vec{F}$ на ось $Oy$: $F_y$, Н | −7 | −11 | −15 |
| Модуль результирующей силы $F$, Н | 7 | 13 | 17 |

**Задание 14.4.** Модуль равнодействующей силы $F_р$ находится из второго закона Ньютона: $F_р = ma$, где $a$ — модуль ускорения тела, которое определяется по формуле

$$l = \frac{a\Delta t^2}{2}.$$

Ответ: $F_р = 20$ Н.

**Задание 14.5.** Уравнение для определения модуля начальной скорости движения $v_0$ камня может быть получено из формулы

$$s = \frac{v_0^2}{2a},$$

где $a$ — модуль ускорения камня. Отсюда находим

$$v_0 = \sqrt{2as}. \qquad (1)$$

Используя второй закон Ньютона и условие задачи о том, что модуль силы трения $F_{тр}$ составляет 0,04 от модуля силы тяжести, определяем, что

$$F_{тр} = ma, \text{ или } F_{тр} = 0{,}04mg,\ ma = 0{,}04mg,\ a = 0{,}04g. \qquad (2)$$

Совместное решение уравнений (1) и (2) позволяет установить окончательную формулу:

$$v = \sqrt{0{,}08gs}, \text{ или } v = 4{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

**Задание 14.6.** Силы, действующие на брусок, указаны на рисунке 45: $\vec{N}$ — сила упругости горизонтальной поверхности; $m\vec{g}$ — сила тяжести бруска; $\vec{F}$ — сила натяжения проволоки; $\vec{F}_{тр}$ — сила трения покоя. Противодействующие силы: $\vec{F}_д$ — сила давления бруска на поверхность, направлена вертикально вниз, приложена к поверхности; сила притяжения Земли к данному бруску направлена вертикально вверх, приложена к центру Земли (примечание: к центру шара); сила, с которой брусок действует на проволоку, направлена горизонтально влево, приложена к проволоке; сила трения для поверхности стола направлена горизонтально вправо.

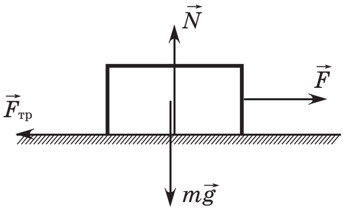


*Рис. 45*

**В результате работы на уроке** учащиеся должны научиться определять равнодействующую силу, уметь решать задачи на второй закон Ньютона, уяснить суть третьего закона Ньютона.

**Рекомендовать учащимся** повторить закон всемирного тяготения.

## Занятие 15. Гравитационная сила

**Цель:** систематизировать знания о гравитационной силе и применение закона всемирного тяготения для решения задач.

**Повторение:** сила тяготения, закон всемирного тяготения, сила тяжести.

### Комментарии, решения и ответы к заданиям 15.1—15.6

**Задание 15.1.** Верными являются утверждения, данные в п. 2 и 4.

**Задание 15.2.** В варианте 1 сила гравитационного притяжения больше между шарами первой пары, поскольку их объемы, а следовательно, и массы больше.

В варианте 2 сила гравитационного притяжения больше между шарами первой пары, поскольку расстояние между ними меньше.

В варианте 3 сила гравитационного притяжения больше между шарами второй пары, поскольку объем, а следовательно, и масса одного из взаимодействующих шаров первой пары меньше, чем масса всех остальных шаров.

В варианте 4 сила гравитационного притяжения больше между шарами второй пары, поскольку объем, а следовательно, и масса одного из шаров второй пары больше, чем масса всех остальных шаров.

**Задание 15.3.** Сила гравитационного притяжения двух равных по массе шаров находится по формуле $F = G\dfrac{m^2}{r^2}$, где $m$ — масса шара, $r$ — расстояние между центрами шаров.

Для алюминиевых и латунных шаров имеют место равенства

$$F_1 = G\frac{m_1^2}{r_1^2} \text{ и } F_2 = G\frac{m_2^2}{r_2^2}.$$

Поскольку $F_1 = F_2$, то получим соотношение

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{r_1}{r_2}. \quad (1)$$

Массы шаров выразим через плотности:

$$m_1 = \rho_1 V \text{ и } m_2 = \rho_2 V. \quad (2)$$

Подставим уравнения (2) в (1) и найдем расстояние между алюминиевыми шарами:

$$r_2 = \frac{\rho_2 r_1}{\rho_1} = 5{,}4 \text{ м}.$$

**Задание 15.4.** По условию задачи

$$\frac{r_1}{r_2} = 30, \quad (1)$$

где $r_1$ — расстояние между Нептуном и Солнцем, $r_2$ — расстояние между Землей и Солнцем;

$$\frac{m_1}{m_2} = 15, \quad (2)$$

где $m_1$ — масса Нептуна, $m_2$ — масса Земли.

Поскольку силы притяжения Нептуна к Солнцу и Земли к Солнцу соответственно определяются по формулам

$$F_1 = G\frac{m_1 M_C}{r_1^2},\ \ F_2 = G\frac{m_2 M_C}{r_2^2},$$

где $M_C$ — масса Солнца, то искомое отношение модулей сил

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{m_2}{m_1}\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = 60.$$

**Задание 15.5.** Модуль силы давления тела на опору на полюсе планеты равен $F_1$, на экваторе — $F_2$. На тело, находящееся на полюсе планеты, действуют сила тяготения $\vec{F}_{т1}$ и сила реакции опоры $\vec{N}_1$ (рис. 46). В соответствии со вторым законом Ньютона $N_1 = F_{т1}$. Так как по третьему закону Ньютона $F_1 = N_1$, то $F_1 = F_{т1}$.

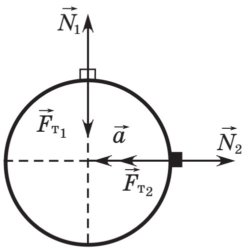


*Рис. 46*

На тело, находящееся на экваторе планеты, действуют сила тяготения $\vec{F}_{т2}$ и сила реакции опоры $\vec{N}_2$, которые обеспечивают движение тела по окружности с ускорением $\vec{a}$, модуль которого постоянный. По второму закону Ньютона $N_2 = F_{т2} - ma$. Поскольку радиус планеты $R$, период вращения $T$, модуль центростремительного ускорения тела на экваторе планеты $a = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R$. Так как по третьему закону Ньютона

$$F_2 = N_2,\text{ то } F_2 = F_{т2} - ma,\text{ или } F_2 = F_{т2} - m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R.$$

Учитывая, что $F_1 = 2F_2$ (по условию задачи), а модуль силы тяготения $F_{т1} = F_{т2} = F$, можно записать уравнение

$$F = 2\left(F - m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R\right),\text{ или } F = 2m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R.$$

Используя закон всемирного тяготения $F = G\frac{mM}{R^2}$ и зависимость массы $M$ планеты от средней плотности $\left(M = \langle\rho\rangle\frac{4}{3}\pi R^3\right)$, найдем период вращения планеты:

$$T = \sqrt{\frac{6\pi}{G\rho}} = 9{,}7\cdot 10^3\ \text{с}.$$

**Задание 15.6.** Используем формулу для определения модуля первой космической скорости для Земли $v_1 = \sqrt{g_1 R_1}$ и для другой планеты $v_2 = \sqrt{g_2 R_2}$. Здесь $g_1$ и $g_2$ — модули ускорения свободного падения соответственно вблизи поверхности Земли и вблизи поверхности планеты. Учитывая, что $g = \frac{GM}{R^2}$ для любой планеты, можем записать уравнения

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM_1}{R_1}} \text{ и } v_2 = \sqrt{\frac{GM_2}{R_2}}.$$

Откуда получим, что

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{M_2 R_1}{M_1 R_2}} = \sqrt{\frac{n}{k}} = 1{,}5.$$

Таким образом, модуль первой космической скорости для планеты $v_2 = 1{,}5 v_1 = 12\ \frac{\text{км}}{\text{с}}$.

**В результате работы на уроке** учащиеся должны усвоить на уровне понимания закон всемирного тяготения и научиться применять его в решении различных физических задач.

**Рекомендовать учащимся** повторить тему «Свободное падение тел» и кинематические формулы равноускоренного прямолинейного движения.

## Занятие 16. Ускорение свободного падения

**Цель:** повторить и систематизировать знания о силе тяжести, ускорении свободного падения, кинематических формулах для равноускоренного движения.

**Повторение:** понятие свободного ускорения.

### Комментарии, решения и ответы к заданиям 16.1—16.5

**Задание 16.1.** 1) Неверное, так как свободным падением называется движение только под действием силы тяжести; 2) неверное. При движении тела, брошенного вертикально вверх, ускорение свободного падения противоположно направлению скорости; 3) верное; 4) верное; 5) неверное, поскольку зависимость ускорения свободного падения от высоты $h$ над поверхностью Земли выражается формулой $g = G\dfrac{M_З}{(R_З + h)^2}$ (1), где $M_З$ — масса Земли, $R_З$ — радиус Земли. Если $h$ возрастает, то модуль ускорения $g$ уменьшается; 6) верное.

**Задание 16.2.** В п. 5 задания 16.1 была приведена формула (1) зависимости модуля ускорения свободного падения от высоты $h$. При $h = 0$ $g_0 = G\dfrac{M_З}{R_З^2} = 9{,}8\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Для построения графика составим таблицу.

| $\dfrac{h}{R_З}$ | 0 | 0,25 | 0,50 | 0,75 | 1,0 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\dfrac{g}{g_0}$ | 1,0 | 0,64 | 0,44 | 0,33 | 0,25 |

Используя ее, построим график (рис. 47) искомой зависимости.

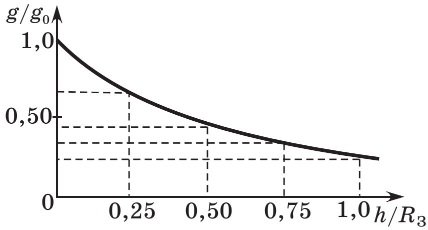



*Рис. 47*

**Задание 16.3.** Используется формула для ускорения свободного падения $g_п$ вблизи поверхности планеты: $g_п = G\dfrac{M_п}{R_п^2}$, где $M_п$ — масса планеты, $R_п$ — радиус планеты. Совместное использование данной формулы для планет Земля и Сатурн приводит к равенству

$$\frac{g_С}{g_З} = \frac{M_С}{M_З} \cdot \left(\frac{R_С}{R_З}\right)^{-2}.$$

После подстановки известных соотношений

$$\frac{M_С}{M_З} = 9{,}2 \text{ и } \frac{R_С}{R_З} = 95,$$

а также значения ускорения свободного падения у поверхности Земли $g_З = 9{,}8\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$ получим: $g_С = 11\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

🗗 **Задание 16.4.** Применим координатный метод решения данной задачи. Запишем кинематический закон движения тела вдоль вертикальной оси $Oy$, начало отсчета выбрано на поверхности Земли (рис. 48):

$$y = h + v_0\Delta t - \frac{g\Delta t^2}{2}.$$

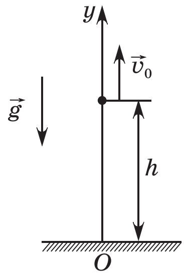



*Рис. 48*

Поскольку координата тела на поверхности Земли равна нулю, то из уравнения

$$0 = h + v_0\Delta t - \frac{g\Delta t^2}{2}$$

после подстановки известных величин $h$, $g$ и $\Delta t$ получим значение начальной скорости $v_0 = 6{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

🗗 **Задание 16.5.** Определим вначале из формулы $h = \frac{gt^2}{2}$ $(v_0 = 0!)$ время падения тела:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 4{,}0\ \text{с}.$$

Путь $l$, пройденый в последнюю секунду, может быть получен из равенства

$$l = h(t) - h(t-1) = \frac{gt^2}{2} - \frac{g(t-1)^2}{2} = \frac{g(2t-1)}{2} = 35\ \text{м}.$$

**В результате работы на уроке** учащиеся должны систематизировать свои знания о движении тел под действием силы тяжести и усвоить методы решения задач.

**Рекомендовать учащимся** повторить кинематические законы для равномерного и равноускоренного движений, проекции вектора, движение тела, брошенного горизонтально.

## Занятие 17. Движение тела, брошенного горизонтально

**Цель:** систематизировать знания учащихся о криволинейном движении тела, брошенного горизонтально.

**Повторение:** движение тела, брошенного горизонтально в отсутствие сил сопротивления, т. е. движущегося только под действием силы тяжести.

## Комментарии, решения и ответы к заданиям 17.1—17.5

**Задание 17.1.** 1) Верное; 2) верное; 3) верное; 4) неверное. Модуль скорости тела, брошенного горизонтально со скоростью, $|\vec{v}| = \sqrt{v_0^2 + g^2t^2}$; 5) верное; 6) верное.

**Задание 17.2.** Используем условие $h = l$ и формулы для пути при равномерном движении вдоль горизонтальной оси $Ox$ и для равноускоренного движения без начальной скорости с ускорением, равным $g$, направленного вертикально вниз вдоль оси $Oy$:

$$l = v_0 t,\ h = \frac{gt^2}{2}.$$

Отсюда находим $t = \frac{2v_0}{g}$. Тогда искомая высота

$$h = \frac{2v_0^2}{g} = 20 \text{ м}.$$

**Задание 17.3.** Движение кирпича может быть рассмотрено как сложное, состоящее из одновременных горизонтального равномерного со скоростью $v_0$ и вертикального равноускоренного ($a = g$) без начальной скорости, направленного вертикально вниз. Высота и путь, пройденные кирпичом за время движения $t$, соответственно $h = \frac{gt^2}{2}$ и $l = v_0 t$. Исключая из данных равенств переменную $t$, получим необходимое выражение для модуля скорости брошенного кирпича:

$$v_0 = l\sqrt{\frac{g}{2h}} = 8 \ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

**Задание 17.4.** $t = \frac{\sqrt{v^2 - v_0^2}}{g} = 2{,}0$ с. Необходимо воспользоваться формулой определения модуля мгновенной скорости для некоторого момента времени: $v^2 = v_0^2 + (gt)^2$.

**Задание 17.5.** Скорость в момент времени $\tau_1 = 3{,}0$ с найдем по формуле

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 + g^2\tau_1^2}:\ v_1 = 50 \ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Время падения $\tau_2$ может быть определено из равенства

$$h = \frac{g\tau_2^2}{2},$$

откуда $\tau_2^2 = \frac{2h}{g}$ и $v_2 = \sqrt{v_0^2 + 2gh} = 60 \ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

**В результате работы на уроке** учащиеся должны на уровне осознанного понимания усвоить основные методы решения задач на движение тел, брошенных горизонтально.

**Рекомендовать учащимся** повторить законы Ньютона.

## Занятие 18. Движение связанных тел

**Цель:** обобщить и систематизировать знания о применении законов Ньютона для решения задач на движение связанных тел.

**Повторение** темы «Движение связанных тел» с применением законов Ньютона осуществляется путем рассмотрения задачи 18.1 на движение тел, скрепленных нерастяжимой и невесомой нитью (тросом), как при использовании блока, так и без него.

### Комментарии, решения и ответы к заданиям 18.1—18.5

**Задание 18.1.** 1) Равны по третьему закону Ньютона;

2) нет, так как модуль ускорения $a = \dfrac{F}{m_0}$, где $m_0$ — общая масса тел, а величины $F$ и $m_0$ в первом и втором случаях одинаковы;

3) нет, модули ускорений одинаковы;

4) силы, действующие на блок, показаны на рисунке 49. Здесь $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ — силы упругости нити, причем $\left|\vec{F}_1\right| = \left|\vec{F}_2\right|$, $\vec{F}_3$ — сила реакции (упругости) оси неподвижного блока;

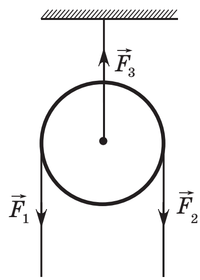


*Рис. 49*

5) силы $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$ не равны, так как направлены по-разному. Модули сил $T_1$ и $T_2$ равны, потому что нить невесомая, т. е. $m_н = 0$, а трение в легком блоке отсутствует.

**Задание 18.2.** Модуль ускорения $a$ может быть найден непосредственно из второго закона Ньютона: $a = \dfrac{F}{m_1 + m_2} = 1\ \dfrac{м}{с^2}$.

Модуль силы натяжения нити $T = T_1 = T_2$ (рис. 50) определяется из равенства $T = m_1 a = 2$ Н.

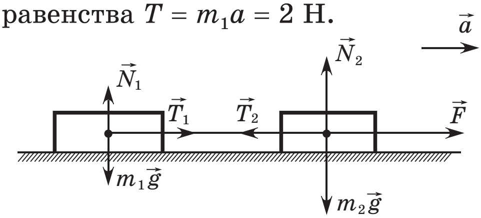



*Рис. 50*

**Задание 18.3.** Силе $\vec{F}$ соответствует модуль максимального ускорения

$$a_{max} = \frac{F - 2mg}{2m} = 6{,}0\ \frac{м}{с^2},$$

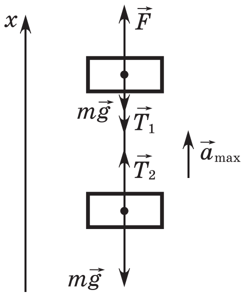



*Рис. 51*

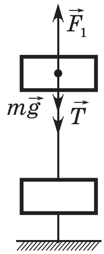



*Рис. 52*

с которым можно поднимать систему связанных грузов до обрыва нити. Модуль силы натяжения нити $T = \left|\vec{T}_1\right| = \left|\vec{T}_2\right|$ (рис. 51) находим из равенства

$$\vec{T}_2 + m\vec{g} = m\vec{a}_{max}$$

или в проекциях на ось $Ox$: имеем уравнение $T_2 - mg = ma_{max}$. Отсюда получаем, что $T_2 = T = m(g + a) = 8{,}0$ Н. Эту силу можно также рассматривать как максимальную силу, которую выдерживает нить до обрыва. Если закрепить нижний груз (рис. 52), из второго закона Ньютона применительно к первому грузу следует, что

$$F_1 = mg + T = 13 \text{ Н}.$$

**Задание 18.4.** В первом случае в соответствии со вторым законом Ньютона в проекциях на вертикальную ось $Ox$ можно записать: $T_1 - mg = ma_1$, где $T_1 = F = 2mg$ (рис. 53). Следовательно, модуль ускорения в первом случае $a_1 = g$.

Во втором случае $T_2 - mg = ma_2$ и $T_2 - m_2 g = -m_2 a_3$ (рис. 54). Так как $a_2 = a_3$, то $m_2 g - mg = (m_2 + m)a_2$. Поскольку $m_2 = 2m$, то получим, что модуль ускорения во втором случае $a_2 = \dfrac{g}{3}$.

Отношение модулей ускорения движения тела $\dfrac{a_1}{a_2} = 3$.

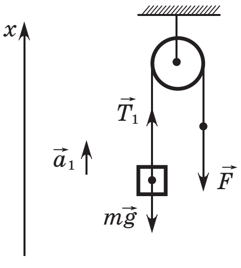



*Рис. 53*

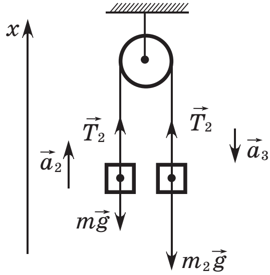



*Рис. 54*

**Задание 18.5.** Выполним чертеж (рис. 55) и покажем на нем силы, действующие на груз и брусок: $\vec{N}_1$ — сила реакции поверхности стола, $\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$ — силы упругости нити, действующей на брусок и груз, $m_1\vec{g}$ и $m_2\vec{g}$ — силы тяжести бруска и груза, $\vec{F}_{\text{тр}}$ — сила трения, действующая на брусок. В скалярном виде второй закон Ньютона для бруска и груза имеет вид: $T_1 - F_{\text{тр}} = m_1a_1$, $m_2g - T_2 = m_2a_2$, где

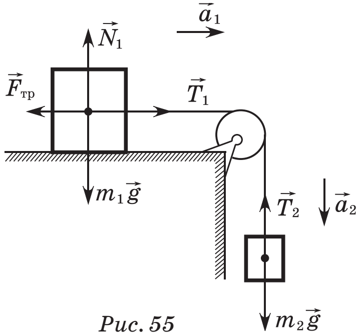



*Рис. 55*

$$T_1 = T_2 = T. \quad (1)$$

По кинематической формуле $l = \dfrac{a\Delta t^2}{2}$ найдем модуль ускорения

$$a = \frac{2l}{\Delta t^2}. \quad (2)$$

Совместное использование равенств (1) и (2) позволяет найти модуль силы трения:

$$F_{\text{тр}} = m_2g - \frac{2(m_1 + m_2)l}{\Delta t^2} = 0{,}80 \text{ Н}.$$

**В результате работы на уроке** учащиеся должны усвоить методы решения задач на движение связанных тел.

**Рекомендовать учащимся** повторить основные понятия и формулы кинематики вращательного движения: угловой и линейной скоростей, частоты и периода вращения, центростремительного ускорения.

## Занятие 19. Динамика движения по окружности

**Цель:** систематизировать знания по динамике вращательного движения.

**Повторение** провести в процессе анализа ответов на вопросы задания 19.1.

### Комментарии, решения и ответы к заданиям 19.1—19.5

**Задание 19.1.** 1) $\vec{a}_2$; 2) $\vec{a}_2$; 3) $\vec{a}_1$; 4) $\vec{a}_2$; 5) $\vec{a}_1$.

**Задание 19.2.** Покажем на чертеже (рис. 56) силы, действующие на шарик: $\vec{T}$ — сила натяжения нити, $m\vec{g}$ — сила тяжести шарика. Поскольку он движется по окружности, то равнодействующая этих сил (т. е. их векторная сумма) $\vec{F}_р$ направлена по радиусу к центру окружности и сообщает шарику центростремительное ускорение: $a_ц = \dfrac{F_р}{m}$. Для модулей сил $F_р$ и $mg$ имеет место соотношение

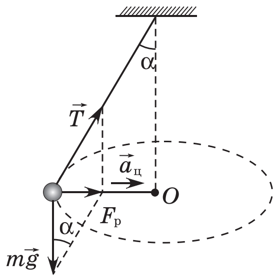



*Рис. 56*

$$\frac{F_р}{mg} = \text{tg}\,\alpha, \text{ или } F_р = mg\,\text{tg}\,\alpha. \quad (1)$$

Так как $a_ц = \omega^2 r$, $\omega = 2\pi\nu$ и $r = l\sin\alpha$, то

$$a_ц = 4\pi^2\nu^2 l\sin\alpha. \quad (2)$$

Совместное использование равенств (1) и (2) приводит к формуле $\nu = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{g}{l\cos\alpha}}$.

**Задание 19.3.** Внимание учащихся следует обратить на тот факт, что в данной задаче имеет место неравномерное движение по окружности: модуль линейной скорости $v$ увеличивается с приближением шарика к нижней точке траектории (рис. 57). В векторном виде второй закон Ньютона запишем следующим образом:

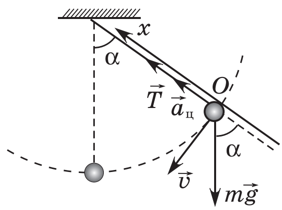



*Рис. 57*

$$\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}, \quad (1)$$

где $\vec{T}$ — сила натяжения нити.

Центростремительное ускорение $\vec{a}_ц$, которое при прохождении шариком положения $O$, направлено вдоль оси $Ox$. Переходя к проекциям на эту ось, запишем равенство (1) в скалярном виде:

$$T - mg\cos\alpha = ma_ц,$$

где модуль центростремительного ускорения $a_ц = \frac{v^2}{l}$.

Откуда находим, что модуль силы натяжения нити

$$T = m\left(g\cos\alpha + \frac{v^2}{l}\right) = 5{,}5 \text{ Н}.$$

**Задание 19.4.** Предварительно выполняется чертеж (рис. 58). Указываются силы, действующие на шарик: $\vec{N}$ — сила реакции поверхности чаши, $m\vec{g}$ — сила тяжести, $\vec{F}_р = \vec{N} + m\vec{g}$ — результирующая сила, которая сообщает шарику центростремительное ускорение $a_ц = \omega^2 r$. Согласно второму закону Ньютона $F_р = ma_ц = m\omega^2 r$. С другой стороны, $F_р = mg\,\mathrm{tg}\,\alpha$ (рис. 58). Радиус окружности, по которой движется шарик, $r = R\sin\alpha$. Из уравнения $mg\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = m\omega^2 R\sin\alpha$ найдем радиус чаши:

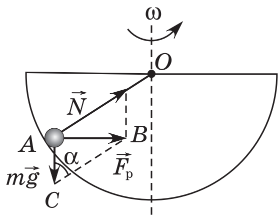


*Рис. 58*

$$R = \frac{g}{\omega^2\cos\alpha}. \quad (1)$$

Из треугольника сил $ABC$ определим согласно условию задачи

$$\cos\alpha = \frac{AC}{BC} = \frac{mg}{N} = \frac{1}{2}. \quad (2)$$

Таким образом, из (1) и (2) следует, что $R = 0{,}80$ м $= 80$ см.

**Задание 19.5.** Выполним чертеж (рис. 59). На мотоцикл и мотоциклиста в целом действует три силы, влияющие на поворот: сила тяжести $m\vec{g}$, сила реакции опоры $\vec{N}$ и сила трения $\vec{F}_{тр}$. Равнодействующая силы трения и силы реакции опоры $\vec{F}_р$ должна быть направлена вдоль тела мотоциклиста через его центр тяжести (в противном случае

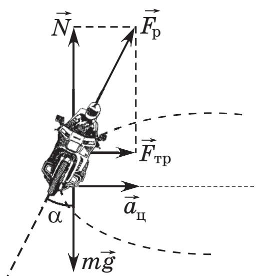


*Рис. 59*

возникнет некомпенсированный момент сил). Эта равнодействующая образует с осью $Oy$ угол $\alpha$ (рис. 59). Центростремительное ускорение обеспечивает сила трения

$$F_{тр} = ma_ц, \quad (1)$$

где $m = m_1 + m_2$, $a_ц = \frac{v^2}{R}$.

Определим из условия (1) максимальную скорость движения мотоциклиста

$$v_{max} = \sqrt{\frac{F_{тр} \cdot R}{m_1 + m_2}} = 15\ \frac{м}{с}.$$

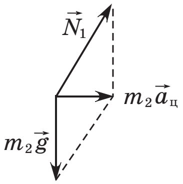


*Рис. 60*

Угол $\alpha$ найдем из равенства $\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_{тр}}{mg}$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$, $\alpha = 37°$. Силу взаимодействия мотоциклиста с сиденьем можно определить из треугольника сил (рис. 60):

$$N_1^2 = (m_2 g)^2 + (m_2 a_ц)^2, \text{или } N_1 = m_2\sqrt{g^2 + \frac{v^4}{R^2}} = 0{,}70\ кН.$$

**В результате работы на уроке** учащиеся должны усвоить основные типы и методы решения динамических задач на движение тел по окружности.

**Рекомендовать учащимся** повторить законы Ньютона, действия над векторами.

## Занятие 20. Исправь ошибки ученика

**Цель:** систематизировать знания по теме «Законы Ньютона».

**Повторение** провести в форме исправления типичных ошибок, допускаемых учащимися при решении задач на применение законов Ньютона. Такой подход способствует более глубокому и осознанному усвоению применения законов Ньютона.

### Комментарии, решения и ответы к заданиям 20.1—20.7

**Задание 20.1.** Ошибка ученика заключается в том, что он не учитывает силу $\vec{N}$, действующую на пружину со стороны подвеса (рис. 61). Равнодействующая сил $\vec{N}$ и веса $\vec{P}$ тела, действующих на пружину, равна нулю.

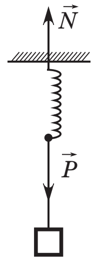


*Рис. 61*

**Задание 20.2.** Ученик не учитывает при решении данной задачи, что равнодействующая трех сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$ равна векторной сумме этих сил, т. е. $\vec{F}_р = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$. Поскольку

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2, \text{ то } \vec{F}_р = -\vec{F}_2 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{F}_3.$$

Модуль равнодействующей сил равен модулю силы $F$.

**Задание 20.3.** Ошибка ученика связана с тем, что ускорение не совпадает по направлению со скоростью (как он это считает), а направлено так же, как и результирующая сила. Данная сила согласно рисунку в условии задачи направлена вдоль плоскости вниз. Вывод: ускорение также направлено вдоль плоскости вниз.

**Задание 20.4.** Ученик ошибочно считает, что знак проекции результирующей силы совпадает со знаком проекции скорости. В действительности по второму закону Ньютона $F_{рx} = ma_x$, т. е. знак проекции равнодействующей всех сил определяется знаком проекции ускорения. Она положительна для промежутка времени $t_3 - t_4$.

**Задание 20.5.** Ошибочность рассуждений основана на том, что во многих задачах имеет место равенство $P = mg$, т. е. модуль веса тела численно равен модулю силы тяжести. Но это равенство справедливо лишь при условии, что, во-первых, тело действует с некоторой силой на опору или подвес, во-вторых, тело находится в состоянии покоя или равномерного движения. Если на тело действует только сила тяжести (например, на космонавтов в космическом корабле), то вес тела равен нулю (состояние невесомости).

**Задание 20.6.** Ученик ошибочно складывает противоположные векторы сил, приложенных к разным телам (брускам). Модуль ускорения бруска найдем по второму закону Ньютона:

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2}.$$

**Задание 20.7.** Ученик ошибочно считает, что вес тела равен силе тяжести. Однако это не так (см. задание 20.6). Рассмотрим правильное решение данной задачи.

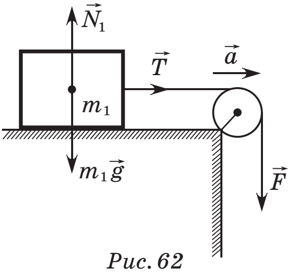



*Рис. 62*

В первом случае (рис. 62)

$$\vec{T} + \vec{N}_1 + m_1\vec{g} = m_1\vec{a},\ \left|\vec{T}\right| = \left|\vec{F}\right| \text{ и } F = m_1 a,$$

откуда находим, что

$$a = \frac{F}{m_1} = 5{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

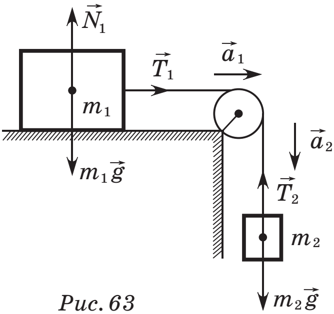



*Рис. 63*

Во втором случае (рис. 63)

$$\begin{cases} m_2 g - T_2 = m_2 a_2, \\ T_1 = m_1 a_1, \\ T_1 = T_2, \\ a_1 = a_2 = a. \end{cases}$$

Из данной системы находим

$$m_2 = \frac{m_1 a}{g - a} = 2{,}0\ \text{кг}.$$

**В результате работы на уроке** учащиеся должны не только систематизировать свои знания по применению законов Ньютона в решении физических задач, но и выработать элементы критического мышления.

**Рекомендовать учащимся** повторить силу упругости и закон Гука.

## **Занятие 21.** Сила упругости

**Цель:** систематизировать знания о силе упругости, законе Гука и его применении для решения задач.

**Повторение** тем «Сила упругости» и «Закон Гука» провести путем разбора устных вопросов, касающихся понятия силы упругости и ее природы, а также формулировки закона Гука с последующим решением задачи 21.1.

## Комментарии, решения и ответы к заданиям 21.1—21.5

**Задание 21.1.** а) 10 см; б) $l_1 = 16$ см; $\Delta l = 6$ см; в) $F = 10$ Н; г) $k = 100\ \frac{\text{Н}}{\text{м}}$.

**Задание 21.2.** На поднимаемый груз действует две силы: сила упругости троса $\vec{F}_{\text{упр}}$ и сила тяжести груза $m\vec{g}$ (рис. 64). Результирующая этих сил сообщает грузу ускорение $\vec{a}$, модуль которого $a = \frac{2h}{\Delta t^2}$. Из второго закона Ньютона, записанного в проекциях на ось $Ox$, следует, что $F_{\text{упр}} - mg = ma$. Отсюда модуль силы упругости

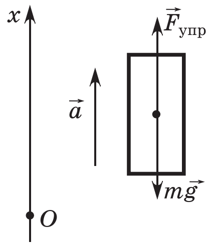



*Рис. 64*

$$F_{\text{упр}} = m\left(g + \frac{2h}{\Delta t^2}\right) = 0{,}11\ \text{кН}.$$

Применяя закон Гука $F_{\text{упр}} = k\Delta x$, находим, что абсолютное удлинение троса

$$\Delta x = \frac{F_{\text{упр}}}{k} = 0{,}5\ \text{мм}.$$

**Задание 21.3.** При движении груза вертикально вверх с ускорением, модуль которого равен $a$, по второму закону Ньютона в скалярной форме можно записать уравнение

$$F_{\text{упр}1} - mg = ma, \text{ или } F_{\text{упр}1} = m(g + a). \qquad (1)$$

Здесь сила упругости $F_{\text{упр}1} = k\Delta x_1$, где $k$ — жесткость шнура. Поэтому

$$k\Delta x_1 = m(g + a). \qquad (2)$$

Проводя аналогичные рассуждения для вертикального спуска груза, имеем

$$k\Delta x_2 = m(g - a), \qquad (3)$$

где $\Delta x_2$ — абсолютное удлинение резинового шнура при спуске вниз. Из равенств (2) и (3) находим отношение абсолютных удлинений:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{g + a}{g - a} = 4.$$

**Задание 21.4.** Поскольку в обоих случаях система находится в равновесии, то сила упругости пружины равна силе тяжести, т. е. $F_{\text{упр}} = mg$. Когда система подвешена за груз массой $m_1$ (рис. 65), тогда

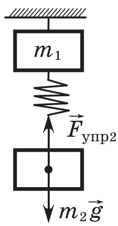



*Рис. 65*

$$F_{\text{упр}2} = m_2 g \text{ и } k(l_1 - l_0) = m_2 g. \qquad (1)$$

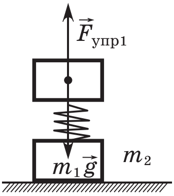



*Рис. 66*

Во втором случае (рис. 66)

$$F_{упр1} = m_1 g \text{ и } k(l_0 - l_2) = m_1 g. \qquad (2)$$

Из равенств (1) и (2) следует отношение $\dfrac{l_1 - l_0}{l_0 - l_2} = \dfrac{m_2}{m_1}$. Отсюда получаем искомую величину:

$$l_0 = \frac{m_1 l_1 + m_2 l_2}{m_1 + m_2}.$$

**Задание 21.5.** Выполним чертеж для обоих случаев (рис. 67 и 68). Проекцию ускорения бруска на ось $Ox$ определим из зависимости скорости от времени: $a_x = 0{,}40\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Используя законы Ньютона и Гука для первого случая, получим:

$$F_{упр1} - 0{,}2mg = ma, \;\; F_{упр1} = k\Delta l_1, \;\; k\Delta l_1 = (0{,}2g + a)m. \qquad (1)$$

Аналогично для системы, изображенной на рисунке 68,

$$k\Delta l_2 = mg. \qquad (2)$$

Совместное использование равенств (1) и (2) позволяет получить отношение

$$\frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} = \frac{0{,}2g + a}{g}.$$

Отсюда находим удлинение пружины для второго случая:

$$\Delta l_2 = \frac{g}{0{,}2g + a}\Delta l_1 = 15 \text{ см}.$$

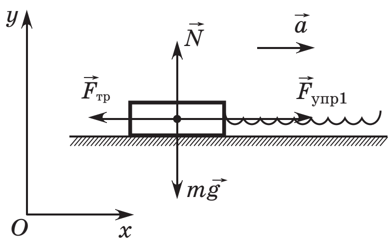



*Рис. 67*

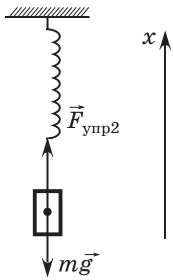



*Рис. 68*

**В результате работы на уроке** учащиеся должны на уровне осознанного понимания усвоить решение динамических задач с применением закона Гука.

**Рекомендовать учащимся** повторить силу трения, виды сухого трения, силы сопротивления.

## Занятие 22. Сила трения

**Цель:** обобщить и систематизировать знания о силе трения покоя и силе трения скольжения и применении их к решению задач.

**Повторение** материала о силе трения и ее видах можно провести, если предложить учащимся выполнить самостоятельно задачу 22.1, а затем обсудить полученные результаты, аргументируя их.

### Комментарии, решения и ответы к заданиям 22.1—22.6

**Задание 22.1.** 1) $F_{тр} = 0$, поскольку вдоль поверхности соприкосновения не действует сила. Далее в рассуждениях используем второй закон Ньютона;

2) сила трения покоя направлена горизонтально влево, а ее модуль $F_{тр} = 2$ Н;

3) сила трения скольжения направлена противоположно силе $\vec{F}$, а модуль $F_{тр} = F = 3$ Н;

4) сила трения скольжения направлена горизонтально влево, а модуль силы трения скольжения равен проекции силы $\vec{F}$ на горизонтальную ось, направленную вдоль движения: $F_{тр} = F\cos\alpha = 3$ Н;

5) сила трения скольжения направлена горизонтально влево, а модуль этой силы $F_{тр} = F - ma = 3$ Н;

6) сила трения покоя направлена вдоль наклонной плоскости вверх, а модуль этой силы $F_{тр} = mg\sin\alpha = 2$ Н;

7) сила трения покоя направлена по радиусу вращения к центру диска, а модуль этой силы $F_{тр} = ma_ц = 2$ Н.

**Задание 22.2.** Вычислим модуль максимальной силы трения покоя по формуле: $F_{тр.п.} = \mu N = \mu mg = 4$ Н. Если сила $F \leq 4$ Н, то брусок покоится и модуль силы трения покоя равен модулю силы $F$ (наклонный отрезок $OA$ графика на рисунке 69). При дальнейшем увеличении модуля силы $F$ брусок будет двигаться, и на него будет действовать сила трения

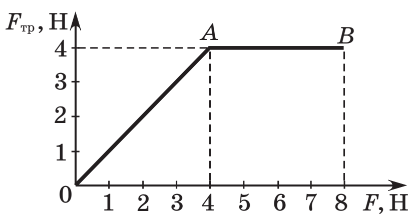



*Рис. 69*

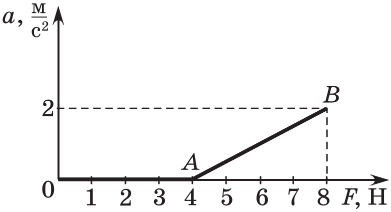



*Рис. 70*

скольжения $F_{тр.с} = \mu mg$, т.е. приблизительно равная максимальной силе трения покоя (горизонтальный участок $AB$ графика). При $0 \le F \le 4$ Н брусок покоится, и $a = 0$ (горизонтальный отрезок $OA$ графика на рисунке 70). При значениях силы $F \ge 4$ Н брусок начнет двигаться с ускорением, модуль которого будет определяться из уравнения $a = \frac{F - F_{тр.п}}{m} = \frac{F-4}{2}$. Если модуль силы $F = 8$ Н, то $a = 2\ \frac{м}{с^2}$. График зависимости $a(F)$ для значений $4\ Н \le F \le 8$ Н представляет наклонный отрезок $AB$ (рис. 70).

**Задание 22.3.** На рисунке 71 показаны силы, действующие на брусок: $\vec{F}_{упр}$ — сила упругости пружины; $\vec{F}_{тр}$ — сила трения скольжения; $\vec{N}$ — сила реакции опоры; $m\vec{g}$ — сила тяжести. Поскольку брусок движется равномерно, то $F_{упр} = F_{тр}$. Так как модуль силы трения скольжения $F_{тр} = \mu N = \mu mg$, а модуль силы упругости $F_{упр} = k\Delta x$, то получим, что $k\Delta x = \mu mg$, отсюда жесткость пружины

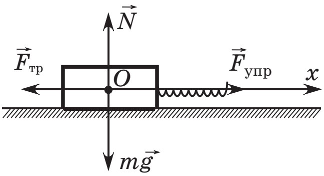



*Рис. 71*

$$k = \frac{\mu mg}{\Delta x} = 0{,}15\ \frac{кН}{м}.$$

**Задание 22.4.** В соответствии с уравнением движения проекция ускорения автомобиля $a_x = -1\ \frac{м}{с^2}$, а модуль ускорения $a = 1\ \frac{м}{с^2}$. По второму закону Ньютона модуль равнодействующей силы $F = ma$. Так как автомобиль движется по горизонтальному прямолинейному участку дороги, то модуль силы трения скольжения равен модулю равнодействующей силы:

$$F_{тр} = F = ma = 4 \cdot 10^3\ Н.$$

Поскольку модуль силы трения скольжения прямо пропорционален модулю силы реакции опоры ($F_{тр} = \mu N$), а модуль силы реакции по второму закону Ньютона равен модулю силы тяжести автомобиля ($N = mg$), то коэффициент трения

$$\mu = \frac{F_{тр}}{mg} = 0{,}1.$$

Из уравнения проекции скорости тела, движущегося равноускоренно, можно найти промежуток времени $\Delta t$, в течение которого автомобиль останавливался. Так как модуль конечной скорости автомобиля $v = 0$, а модуль начальной скорости в соответствии с уравнением движения $v_0 = 8\ \frac{м}{с}$, то

$$\Delta t = \frac{v_0}{a} = 8\ с.$$

**Задание 22.5.** На рисунке 72 показаны силы, действующие на ящик. Так как ящик движется с ускорением $\vec{a}$, которое направлено вертикально вниз, поэтому второй закон Ньютона в проекциях на ось $Oy$ имеет вид:

$$mg - N = ma.$$

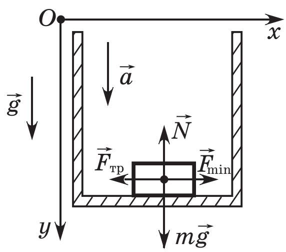


*Рис. 72*

Отсюда находим модуль силы реакции опоры $N = m\,(g - a)$. Переходя к проекциям на ось $Ox$, второй закон Ньютона в скалярном виде запишем следующим образом:

$$F_{min} - F_{тр} = 0,\ \text{или}\ F_{min} = \mu N = \mu m(g - a).$$

Подставив численные значения соответствующих величин, найдем значение искомой минимальной силы $F_{min} = 0{,}9$ Н.

**Задание 22.6.** Покажем силы, действующие на тело, скользящее по наклонной плоскости (рис. 73). Направим координатные оси так, как показано на рисунке, и запишем второй закон Ньютона в проекциях на оси координат:

$$F\cos\alpha - mg\sin\alpha - F_{тр} = ma;$$

$$N - mg\cos\alpha - F\sin\alpha = 0.$$

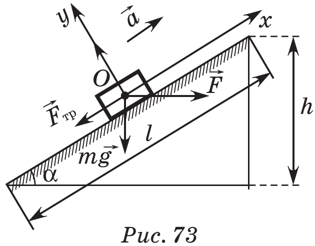


*Рис. 73*

Учитывая, что $F_{тр} = \mu N$, $F = 1{,}5mg$, получим уравнение для расчета модуля ускорения:

$$a = 1{,}5g\cos\alpha - g\sin\alpha - \mu g\cos\alpha - 1{,}5\mu g\sin\alpha.$$

Поскольку $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l} = 0{,}80$, $\sin\alpha = \dfrac{h}{l} = 0{,}60$, то модуль ускорения $a = 2{,}6\ \dfrac{м}{с^2}$.

**В результате работы на уроке** учащиеся должны научиться определять силу трения покоя и силу трения скольжения.

**Рекомендовать учащимся** повторить момент силы, плечо силы, условия равновесия тела, имеющего неподвижную и подвижную оси вращения, центр тяжести тела.

## Занятие 23. Статика

**Цель:** систематизировать и обобщить знания об условиях равновесия тела, имеющего неподвижную и подвижную оси вращения, методах определения центра тяжести тела.

**Повторение** материала об условиях равновесия тела, о методах определения центра тяжести осуществляется путем решения заданий 23.1 и 23.2, связанных непосредственно с теоретическим материалом по данной теме.

### Комментарии, решения и ответы к заданиям 23.1—23.5

**Задание 23.1.** 1) $OD$; 2) модуль момента силы тяжести $M(mg) = mg \cdot OB$; 3) момент силы упругости $M(F_{упр}) = 0$; 4) нет.

**Задание 23.2.** Верными являются второе и четвертое утверждения.

**Задание 23.3.** На рисунке 74 показаны силы, действующие на стержень: $\vec{N}$ — сила реакции опоры $\left(\left|\vec{N}\right| = F\right)$, $\vec{P}_1$ и $\vec{P}_2$ — вес первого и второго грузов. Условие равновесия стержня определяется двумя равенствами: равенство нуль-вектору равнодействующей сил $\vec{F}_р$, т. е.

$$\vec{F}_р = \vec{N} + \vec{P}_1 + \vec{P}_1 = \vec{0}, \qquad (1)$$

и равенство нулю алгебраической суммы моментов сил:

$$M(P_1) + M(P_2) + M(N) = 0. \qquad (2)$$

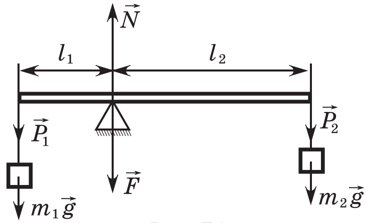



*Рис. 74*

В скалярной форме уравнение (1) имеет вид:

$$N = P_1 + P_2, \text{ или } P_1 + P_2 = F. \qquad (3)$$

Уравнение (2) в скалярной форме имеет вид:

$$P_1 l_1 = P_2 l_2, \text{ или } P_1 5l = P_2 7l. \qquad (4)$$

Решая систему уравнений (3) и (4) относительно $P_1$, находим, что модуль веса груза большей массы $P_1 = \frac{7F}{12} = 42$ Н.

**Задание 23.4.** На рисунке 75 показаны силы, действующие на равномерно поднимающийся блок: $\vec{F}$ — силы упругости троса; $m_1\vec{g}$ — сила тяжести блока; $\vec{P}_2$ — вес груза ($P_2 = m_2 g$). Поскольку блок равномерно движется, то первое условие равновесия (для сил) запишем следующим образом:

$$2F = (m_1 + m_2)g, \text{ или } F = \frac{(m_1 + m_2)g}{2}. \qquad (1)$$

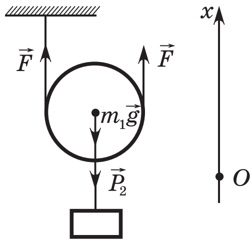



*Рис. 75*

Работа $A$ силы $F$ — это затраченная работа по перемещению блока и груза:

$$A = A_{затр} = Fh. \qquad (2)$$

Из равенств (1) и (2) находим:

$$h = \frac{2A}{(m_1 + m_2)g} = 0{,}40 \text{ м}.$$

Известно, что ось подвижного блока поднимется при этом на высоту $h_1 = \frac{h}{2} = 0{,}20$ м. КПД подвижного блока находится по формуле

$$\eta = \frac{A_{пол}}{A_{затр}} \cdot 100~\%. \qquad (3)$$

В данном случае $A_{пол} = m_2 g h_1$, $A_{затр} = A$. Тогда из (3) следует, что $\eta = 95~\%$.

**Задание 23.5.** 1) Минимальность модуля горизонтальной силы $F$ означает, что в момент отрыва на колесо будут действовать три силы: $\vec{N}$ — сила реакции опоры, $m\vec{g}$ — сила тяжести и $\vec{F}_{\min}$ — минимальная горизонтальная сила, и колесо очень медленно поворачивается вокруг опоры $O$ (рис. 76). Найдем плечи $l_1$ и $l_2$ соответственно сил $\vec{F}_{\min}$ и $m\vec{g}$ (плечо силы $\vec{N}$ равно нулю):

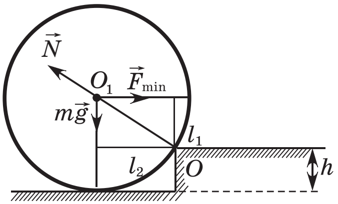


*Рис. 76*

$$l_1 = R - h; \; l_2 = \sqrt{R^2 - (R-h)^2} = \sqrt{2Rh - h^2}. \qquad (1).$$

Воспользовавшись вторым условием равновесия (равенство моментов сил), получим уравнение

$$F_{\min}(R - h) = mg\sqrt{2Rh - h^2},$$

из которого найдем модуль искомой силы:

$$F_{\min} = \frac{mg\sqrt{2Rh - h^2}}{R - h} = 75 \text{ Н}.$$

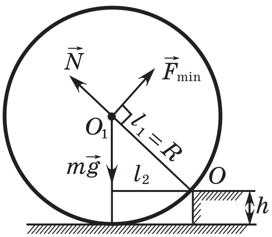


*Рис. 77*

2) Минимальность модуля силы в этом случае обеспечивается максимальным значением соответствующего ей плеча $l_1$. Это возможно, если $l_1 = R$, а сила $\vec{F}$ перпендикулярна отрезку $OO_1$ (рис. 77). Второе условие равновесия в этом случае имеет вид:

$$F_{\min}R = mg\sqrt{2Rh - h^2}.$$

Отсюда находим

$$F_{\min} = \frac{mg\sqrt{2Rh - h^2}}{R} = 60 \text{ Н}.$$

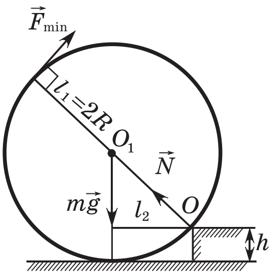


*Рис. 78*

3) Если сила приложена к ободу колеса (рис. 78), то минимальность модуля силы, как и во втором случае, обеспечивается максимальностью соответствующего ей плеча, т. е.

$$l_1 = 2R \text{ и } F_{\min} = \frac{mg\sqrt{2Rh - h^2}}{2R} = 30 \text{ Н}.$$

**В результате работы на уроке** учащиеся должны на уровне осознанного понимания усвоить методы решения задач с применением двух условий равновесия и научиться определять центр тяжести системы тел.

**Рекомендовать учащимся** повторить закон Архимеда и условия плавания тел.

## Занятие 24. Сила Архимеда

**Цель:** систематизировать знания о силе Архимеда, применении закона Архимеда и условиях плавания тел.

**Повторение** провести, анализируя истинность или ложность утверждений, указанных в задании 24.1, и отвечая на вопросы задания 24.2.

### Комментарии, решения и ответы к заданиям 24.1—24.5

**Задание 24.1.** 1) Верное; 2) неверное. Сила Архимеда определяется по формуле $F_{\text{А}} = \rho g V_{\text{п}}$, где $\rho$ — плотность жидкости, в которую погружено тело, $V_{\text{п}}$ — объем погруженной в жидкость части тела, т. е. $F_{\text{А}} \sim \rho$; 3) неверное; 4) верное, так как жидкость практически несжимаема и ее плотность остается постоянной и не зависит от глубины погружения тела; 5) верное; 6) неверное; 7) неверное. Модуль силы Архимеда в обоих случаях будет одинаковым и равным силе тяжести тела; 8) верное. Отличие будет только в объеме погруженной части тела, во втором случае он будет меньше; 9) верное; 10) неверное. Она приложена к геометрическому центру части тела, погруженной в жидкость, а не всего тела.

**Задание 24.2.** 1) Первый; 2) второй; 3) на первый; 4) первой; 5) на второй.

**Задание 24.3.** На рисунке 79 показаны силы, действующие на пробковый поплавок: $\vec{F}_{\text{А}}$ — сила Архимеда, $\vec{F}_{\text{н}}$ — сила натяжения нити, $m\vec{g}$ — сила тяжести поплавка. В проекциях на ось $Ox$ второй закон Ньютона имеет вид:

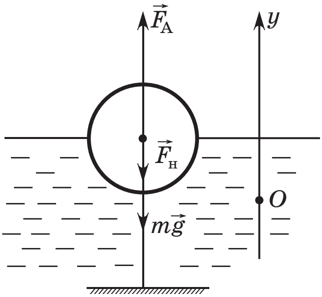


*Рис. 79*

$F_А - F_н - mg = 0$. Отсюда находим, что модуль силы натяжения нити $F_н = F_А - mg$. Модуль силы Архимеда $F_А = \rho_в g V_п$. Поскольку объем поплавка $V = \frac{m}{\rho_п}$, то объем подводной части поплавка $V_п = \frac{3}{4}\frac{m}{\rho_п}$. Решая совместно записанные уравнения, найдем модуль силы натяжения нити:

$$F_н = mg\left(\frac{3\rho_в}{4\rho_п} - 1\right) = 3{,}0 \text{ Н}.$$

**Задание 24.4.** На рисунке 80 показаны силы, действующие на шар: $\vec{F}_А$ — сила Архимеда, $\vec{N}$ — сила реакции опоры,

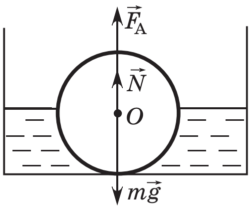


*Рис. 80*

$m\vec{g}$ — сила тяжести шара. Запишем условие равновесия шара в скалярной форме:

$$N + F_А = mg, \qquad (1)$$

где $N$ — модуль силы реакции опоры, $F_А = \rho_в g \frac{V}{2}$ — модуль силы Архимеда, $mg$ — модуль силы тяжести, $V$ — объем шара. Так как модуль веса $P = mg$, то $m = \frac{P}{g}$, а объем шара $V = \frac{m}{\rho} = \frac{P}{\rho g}$. Следовательно, модуль силы Архимеда $F_А = \frac{\rho_в P}{2\rho}$, а модуль реакции опоры

$$N = P - \frac{\rho_в P}{2\rho} = P\left(1 - \frac{\rho_в}{2\rho}\right) = 3 \text{ Н}.$$

По третьему закону Ньютона модуль силы давления шара на дно $F_д = N = 3$ Н.

**Задание 24.5.** а) Запишем условие равновесия плавающей в воде льдины (рис. 81) в скалярном виде:

$$F_А - mg = 0, \qquad (1)$$

где $m$ — масса льдины, которая определяется из уравнения

$$m = \rho_1(h + H)S, \qquad (2)$$

$F_A$ — модуль силы Архимеда, причем

$$F_A = \rho_2 gSH. \qquad (3)$$

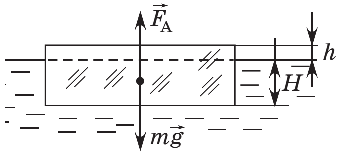


*Рис. 81*

Подставляя (2) и (3) в (1), получим $(\rho_2 - \rho_1)H = \rho_1 h$, а отсюда высота льдины, погруженной в воду,

$$H = \frac{\rho_1}{\rho_2 - \rho_1} h = 18\ \text{см}.$$

Зная $H$, из уравнения (2) можно найти массу льдины

$$m_1 = 9{,}0\ \text{кг};$$

б) часть льдины, находящейся в воде, определяется из уравнения

$$\eta = \frac{H}{H + h} = \frac{9}{10};$$

в) расстояние от поверхности воды до точки приложения силы Архимеда $l_1 = \frac{H}{2} = 9{,}0$ см. Расстояние от поверхности воды до точки приложения силы тяжести

$$l_2 = \frac{H - h}{2} = 8{,}0\ \text{см};$$

г) модуль минимальной силы, которую надо приложить к льдине, чтобы удерживать ее под водой, $F_{min} = \rho_2 ghS = 10$ Н.

**В результате работы на уроке** учащиеся должны научиться применять закон Архимеда и условия плавания тел к решению задач.

**Рекомендовать учащимся** повторить законы Ньютона, закон всемирного тяготения, закон Гука, силу трения.

## Занятие 25. «Карьерная лестница»

**Цель:** ранжировать учащихся по степени усвоения темы «Основы динамики».

### Организация занятия

Чтобы учащиеся вели самоконтроль за правильностью решения задач, учитель может сообщить им ответы к задачам (например, написать их на доске). После выполнения всех заданий учащиеся обмениваются тетрадями друг с другом. На экране с помощью мультимедийного проектора открывается решение задач. Учащиеся проверяют правильность решения задач и присваивают соответствующее звание. Если какая-либо из задач решена неверно или вообще не решена, то «карьерная лестница» на ней обрывается и далее задачи не проверяются, соответственно, выше звание не присваивается.

### Ответы к заданиям 25.1—25.6

| Номер задачи | Ответ | Номер задачи | Ответ |
|---|---|---|---|
| **25.1** | 2 с | **25.4** | $14\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ |
| **25.2** | $\frac{F}{2}$ | **25.5** | В 1,5 раза |
| **25.3** | $1{,}5\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ | **25.6** | В 3 раза |

### Решения заданий 25.1—25.6

**Задание 25.1.** При торможении на автомобиль действует сила тяжести $m\vec{g}$, сила упругости $\vec{F}_{\text{упр}}$ и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ (рис. 82).

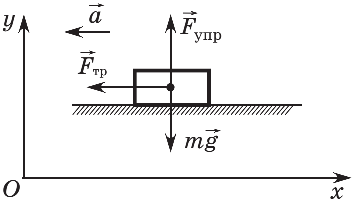



*Рис. 82*

По второму закону Ньютона:

$$\vec{F}_{\text{тр}} + \vec{F}_{\text{упр}} + m\vec{g} = m\vec{a}.$$

Спроецировав записанное векторное уравнение на оси $Ox$ и $Oy$, получим соответственно уравнения:

$$-F_{\text{тр}} = -ma, \quad F_{\text{упр}} - mg = 0.$$

Учитывая, что модуль силы трения $F_{\text{тр}} = \mu F_{\text{упр}}$, найдем модуль ускорения автомобиля $a = \mu g$.

Зная, что при равноускоренном прямолинейном движении $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}\Delta t$, получим $\Delta t = \frac{v_0}{a}$, или $\Delta t = \frac{v_0}{\mu g} = 2$ с.

**Задание 25.2.** Запишем второй закон Ньютона $\vec{F} = m\vec{a}$ и уравнение кинематики $\Delta\vec{r} = \vec{v}_0\Delta t + \frac{\vec{a}\Delta t^2}{2}$ в скалярном виде: $F = ma$, $\Delta r = \frac{a\Delta t^2}{2}$. Отсюда для первого случая следует уравнение $F = \frac{m2\Delta r}{\Delta t^2}$.

Легко записать аналогичное равенство для второго случая:

$$F_2 = \frac{2m2\Delta r}{(2\Delta t)^2}.$$

Сравнивая полученные уравнения, видим, что $F_2 = \frac{F}{2}$.

**Задание 25.3.** На деталь, находящуюся в воздухе, действуют сила упругости динамометра $\vec{F}_1$ и сила тяжести $m\vec{g}$, причем

$$F_1 = mg. \qquad (1)$$

В воде на деталь действует сила упругости динамометра $\vec{F}_2$, сила тяжести $m\vec{g}$ и сила Архимеда $\vec{F}_А$. При этом выполняется равенство $F_2 + F_А = mg$.

Модуль силы Архимеда $F_А = \rho_в gV = \rho_в g\frac{m}{\rho}$.

Учитывая, что $F_1 = 3F_2$, получим уравнение

$$\frac{F_1}{3} + \rho_в g\frac{m}{\rho} = mg. \qquad (2)$$

Решая совместно уравнения (1) и (2), найдем плотность вещества детали:

$$\rho = \frac{3}{2}\rho_в = 1{,}5\ \frac{г}{см^3}.$$

**Задание 25.4.** При движении по вертикальной стенке на мотоцикл с гонщиком действуют сила тяжести $m\vec{g}$, сила нормальной реакции $\vec{N}$ и сила трения $\vec{F}_{тр}$ (рис. 83) (сила тяги двигателя и сила сопротивления воздуха также действуют на мотоцикл с гонщиком, но на ответ задачи они влияния не оказывают, поэтому не показаны на рисунке). Чтобы мотоцикл, двигаясь с минимальной скоростью, не соскользнул вниз, максимальная сила трения покоя, действующая на колеса мотоцикла, должна равняться силе тяжести: $F_{тр} = mg$.

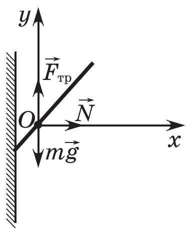


*Рис. 83*

При движении по окружности центростремительное ускорение гонщику сообщает сила нормальной реакции

$$N = \frac{mv^2_{\min}}{R}.$$

Учитывая, что $F_{тр} = \mu N = \frac{\mu m v^2_{\min}}{R}$, получим уравнение

$$\frac{\mu m v^2_{\min}}{R} = mg.$$

Отсюда модуль минимальной скорости гонщика:

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{gR}{\mu}} = 14\ \frac{м}{с}.$$

**Задание 25.5.** В первом случае на санки действуют Чебурашка силой $\vec{F}_1$, сила тяжести $m\vec{g}$, сила трения $\vec{F}_{тр1}$ и сила нормальной реакции $\vec{N}_1$ (рис. 84). Максимальная сила трения покоя, действующая в этом случае на санки, $F^{\max}_{тр1} = \mu N_1 = \mu mg = 10$ Н. Поскольку $F^{\max}_{тр1} < F_1$, то санки находятся в покое, и модуль силы трения покоя $F_{тр1} = 5$ Н.

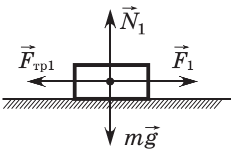


*Рис. 84*

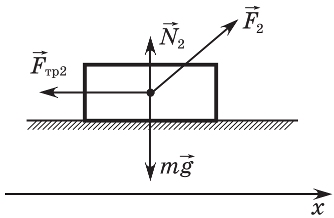


*Рис. 85*

Во втором случае на санки действуют Крокодил Гена силой $\vec{F}_2$, сила тяжести $m\vec{g}$, сила трения $F_{тр2}$ и сила нормальной реакции $\vec{N}_2$ (рис. 85). Максимальная сила трения покоя, действующая на санки в этом случае,

$$F^{\max}_{тр2} = \mu N_2 = \mu\left(mg - F\sin\alpha\right) = 7{,}5\ \text{Н}.$$

Проекция силы $\vec{F}_2$ на ось $Ox$: $F_{2x} = F_2\cos\alpha = 43$ Н. Поскольку $F_{2x} > F^{\max}_{тр2}$, то санки во втором случае будут двигаться с ускорением, а модуль силы трения скольжения $F_{тр2} = 7{,}5$ Н.

Отношение модулей сил $\frac{F_{тр2}}{F_{тр1}} = 1{,}5.$

**Задание 25.6.** На спутник, движущийся на высоте $h$ над поверхностью Земли радиусом $R$, действует сила тяготения, модуль которой

$$F = G\frac{m_1 m_2}{(R+h)^2}.$$

Модуль центростремительного ускорения спутника, вращающегося вокруг Земли с периодом $T$, определяется по формуле

$$a = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 (R+h).$$

Подставив силу и ускорение во второй закон Ньютона, получим:

$$G\frac{mM}{(R+h)^2} = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 (R+h), \text{ или } G\frac{M}{(R+h)^3} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2. \qquad (1)$$

Учитывая, что другой спутник, период которого $T_2 = \frac{T}{8}$, движется вблизи поверхности Земли ($h = 0$), запишем аналогичное уравнение для второго спутника:

$$G\frac{M}{(R)^3} = \left(\frac{2\pi 8}{T}\right)^2. \qquad (2)$$

Разделив уравнение (1) на (2), получим $\frac{R^3}{(R+h)^3} = \frac{1}{8^2}$, откуда $h = 3R$.

Высота спутника над поверхностью Земли в три раза больше радиуса Земли.

**В результате работы на уроке** учащиеся должны повторить методы решения задач по теме «Основы динамики».

**Рекомендовать учащимся** повторить тему «Импульс тела. Импульс силы» и правила сложения и вычитания векторов.

## Занятие 26. Импульс тела. Импульс силы

**Цель:** формировать умения решать задачи по нахождению импульса тела и импульса силы.

**Повторение** материала об импульсе тела, импульсе силы, о втором законе Ньютона в импульсной форме и импульсе системы тел может быть проведено в процессе выполнения задания 26.1.

## Комментарии, решения и ответы к задачам 26.1—26.5

**Задание 26.1.** В таблице учащиеся дают краткий ответ (например, «да», «нет», «могут» и т. п.).

Проверяя правильность выполнения задания, учителю следует обращать внимание на комментарии к ответам.

1) Модули импульсов двух тел различной массы будут равными, если отношение их масс $\frac{m_1}{m_2}$ равно обратному отношению модулей скоростей $\frac{v_2}{v_1}$ этих тел;

2) модули импульсов двух тел могут быть равными в случае, если модули скоростей этих тел равны;

3) импульсы двух противоположно движущихся тел не могут быть равными, даже если их модули импульсов окажутся одинаковыми, поскольку направление импульсов разное;

4) модули импульсов различных по значению сил будут равными, если отношение модулей сил $\frac{F_1}{F_2}$ будет равно обратному отношению промежутков времени $\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}$ их действия;

5) импульс тела в точке $A$ совпадает по направлению с вектором 2, потому что в точке $A$ скорость тела, направленная по касательной к траектории движения тела, совпадает по направлению с вектором 2. Импульс силы в точке $A$ совпадает по направлению с вектором 1, поскольку на свободно падающее тело действует сила тяжести, направленная вертикально вниз;

6) $1\ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}} = 1\ \text{Н} \cdot \text{с}$. Поскольку

$$1\ \text{Н} = 1\ \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2}, \text{ то } 1\ \text{Н} \cdot \text{с} = 1\ \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{с} = 1\ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}};$$

7) импульс спутника, равномерно вращающегося вокруг Земли, изменяется, так как изменяется направление скорости спутника;

8) импульс силы тяжести свободно падающего тела на первой половине пути больше, чем на второй, так как промежу-

ток времени прохождения телом первой половины пути больше, чем второй;

9) модуль импульса автомобиля относительно троллейбуса и относительно Земли различен, поскольку скорость автомобиля относительно разных инерционных систем отсчета различна;

10) импульс системы двух тел $\vec{p}$, являющийся векторной суммой импульсов тел, составляющих данную систему, показан на рисунке 86.

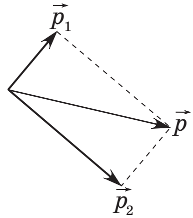


*Рис. 86*

**Задание 26.2.** По закону сложения скоростей скорость спортсмена относительно берега $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}_1$. Из рисунка 87 следует, что $v = \sqrt{v_0^2 + v_1^2} = 2{,}6\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Так как модуль скорости спортсмена относительно воды $v_0 = 2{,}4\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, а относительно берега — $v = 2{,}6\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, то модуль импульса спортсмена относительно воды $p_0 = mv_0 = 1{,}2 \cdot 10^2\ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$, а относительно берега — $p = mv = 1{,}3 \cdot 10^2\ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$.

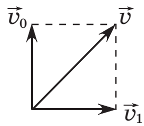


*Рис. 87*

**Задание 26.3.** Так как проекции скорости тела в момент времени $t_0 = 0$ с и $t = 2$ с соответственно

$$v_{0x} = 3\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \text{ и } v_x = 3 - 2t = -1\ \frac{\text{м}}{\text{с}},$$

то проекции импульса тела в момент времени $t_0$ и $t$ соответственно

$$p_{0x} = 0{,}2\ \text{кг} \cdot 3\ \frac{\text{м}}{\text{с}} = 0{,}6\ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$$

$$\text{и } p_x = 0{,}2\ \text{кг} \cdot (-1)\ \frac{\text{м}}{\text{с}} = -0{,}2\ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}.$$

За промежуток времени $\Delta t$ изменение проекции импульса

$$\Delta p_x = p_x - p_{0x} = mv_x - mv_{0x} = -0{,}8\ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}.$$

**Задание 26.4.** На рисунке 88 показан импульс шарика до удара $\vec{p}_0$, после удара $\vec{p}$ и изменение импульса шарика $\Delta\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0$. Из прямоугольного треугольника по теореме Пифагора находим модуль изменения импульса шарика:

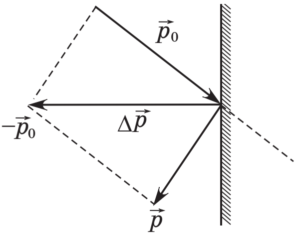


*Рис. 88*

$$\Delta p = \sqrt{p_0^2 + p^2} = 1{,}0\ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}},$$

где $p_0 = mv_0$, а $p = mv$.

**Задание 26.5.** На рисунке 89 показан импульс шарика до удара $\vec{p}_0$, после удара $\vec{p}$ и изменение импульса шарика $\Delta\vec{p}$, причем $\Delta\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0$. Модуль изменения импульса шарика

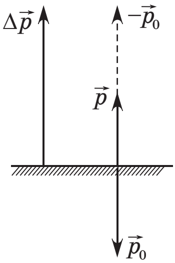


*Рис. 89*

$$\Delta p = p + p_0, \text{ или } \Delta p = mv + mv_0.$$

Учитывая, что

$$v_0 = \sqrt{2gh_0}, \text{ а } v = \sqrt{2gh}, \ \Delta p = 0{,}50\ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}.$$

Из второго закона Ньютона в импульсной форме $\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \langle\vec{F}\rangle$ находим модуль среднего значения равнодействующей силы: $\langle F\rangle = \frac{\Delta p}{\Delta t} = 10\ \text{Н} \cdot \text{с}$. Поскольку равнодействующая сила равна векторной сумме силы упругости стола $\langle\vec{F}_{\text{упр}}\rangle$ и силы тяжести $m\vec{g}$, действующих на шарик, то модуль среднего значения силы упругости стола

$$\langle F_{\text{упр}}\rangle = \langle F\rangle + mg = 11\ \text{Н}.$$

По третьему закону Ньютона модуль средней силы, с которой шарик действовал на стол при ударе, равен модулю среднего значения силы упругости стола:

$$\langle F_{\text{д}}\rangle = \langle F_{\text{упр}}\rangle = 11\ \text{Н}.$$

**В результате работы на уроке** учащиеся должны уметь решать задачи на импульс тела и импульс силы, отработать методы определения изменения импульса тела.

**Рекомендовать учащимся** повторить закон сохранения импульса и условия его применения.

## **Занятие 27.** Закон сохранения импульса

**Цель:** формировать умения решать задачи с использованием закона сохранения импульса, а также сохранения только проекции импульса системы тел на определенное направление.

**Повторение** понятий замкнутых и незамкнутых систем, внешних и внутренних сил, условий применения закона сохранения импульса можно привести, отвечая на вопросы задания 27.1.

### Комментарии, решения и ответы к заданиям 27.1—27.5

**Задание 27.1.** 1) Закон сохранения импульса выполняется в замкнутых системах;

2) импульсы тел изменяются под действием внутренних сил, но при этом векторная сумма импульсов тел, составляющих замкнутую систему, остается неизменной;

3) верное утверждение;

4) верное утверждение;

5) поскольку импульс системы до разрыва гранаты равен нулю, он должен быть равен нулю и после ее разрыва. Векторная сумма импульсов осколков, полетевших в одном направлении, не может быть равной нулю, поэтому осколки полетят в разные стороны;

6) импульс покоящейся лодки равен нулю. Изменить его может только внешняя сила. Сила, с которой толкают лодку в борт, находясь в этой лодке, является внутренней, а не внешней. Таким образом привести лодку в движение нельзя.

**Задание 27.2.** На рисунке 90 показан импульс гранаты $\vec{p}_0$ до разрыва и импульс кусков гранаты $\vec{p}_1$ и $\vec{p}_2$ после разрыва.

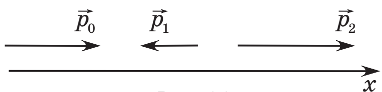


*Рис. 90*

Согласно закону сохранения импульса $\vec{p}_0 = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$, или

$$(m_1 + m_2)\vec{v}_0 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2.$$

Спроецировав записанное уравнение на ось $Ox$, получим

$$(m_1 + m_2)v_0 = -m_1v_1 + m_2v_2.$$

Отсюда $v_2 = \dfrac{(m_1 + m_2)v_0 + m_1v_1}{m_2} = 14\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}.$

**Задание 27.3.** На рисунке 91 показан импульс снаряда $\vec{p}_0$ до разрыва и импульс осколков $\vec{p}_1$ и $\vec{p}_2$ после разрыва.

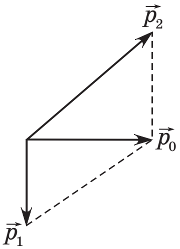



*Рис. 91*

Согласно закону сохранения импульса

$$\vec{p}_0 = \vec{p}_1 + \vec{p}_2,$$

или $(m_1 + m_2)\vec{v}_0 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$.

Применив теорему Пифагора, можно записать уравнение

$$(m_1 + m_2)^2 v_0^2 + (m_1 v_1)^2 = (m_2 v_2)^2.$$

Отсюда $v_2 = \dfrac{\sqrt{(m_1 + m_2)^2 v_0^2 + m_1^2 v_1^2}}{m_2} = 50\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$.

**Задание 27.4.** На рисунке 92 показан импульс гранаты $\vec{p}_0$ до разрыва и импульс осколков $\vec{p}_1$ и $\vec{p}_2$ после разрыва.

Если масса гранаты $m$, то модуль импульса гранаты $mv_0$, а осколков — $\dfrac{m}{3}v_1$ и $\dfrac{2m}{3}v_2$. Используя теорему косинусов, запишем уравнение:

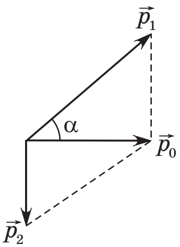



*Рис. 92*

$$\left(\frac{2m}{3}v_2\right)^2 = (mv_0)^2 + \left(\frac{m}{3}v_1\right)^2 - 2\frac{m}{3}v_1 m v_0 \cos\alpha.$$

Из полученного уравнения находим модуль скорости большого осколка сразу после разрыва:

$$v_2 = \frac{3}{2}\sqrt{v_0^2 + \frac{v_1^2}{9} - \frac{v_0 v_1}{3}} = 30\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

**Задание 27.5.** Импульс системы «тележка — гиря» не сохраняется, поскольку на тележку за промежуток времени, пока гиря останавливается относительно тележки, действует нескомпенсированная внешняя сила упругости поверхности. Однако сохраняется проекция импульса системы на горизонтальное направление (ось $Ox$), поскольку в этом направлении внешние силы не действуют (поверхность гладкая). Тогда уравнение сохранения проекции импульса системы на горизонтальную ось $Ox$ имеет вид:

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2)v_2.$$

Отсюда модуль скорости тележки с гирей после взаимодействия

$$v_2 = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = 0{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

**В результате работы на уроке** учащиеся должны научиться решать задачи с применением закона сохранения импульса.

**Рекомендовать учащимся** повторить тему «Механическая работа».

## Занятие 28. Механическая работа

**Цель:** обобщить и систематизировать знания о механической работе постоянных и переменных сил.

**Повторение** осуществляется путем доказательства истинности или ложности утверждений, данных в задаче 28.1.

### Комментарии, решения и ответы к задачам 28.1—28.5

**Задание 28.1.** 1) Верное, так как при равномерном движении модуль равнодействующей силы равен нулю;

2) неверное, поскольку для механической работы $A$ имеет место формула

$$A = F\Delta r\cos\alpha,$$

где $F$ — модуль силы, выполняющей работу, $\Delta r$ — модуль перемещения тела, $\alpha$ — угол между силой $\vec{F}$ и перемещением $\Delta\vec{r}$. Если угол $\alpha = 90°$, то, очевидно, механическая работа равна нулю;

3) верное;

4) верное, поскольку перемещение зависит от выбора системы отсчета;

5) неверное. Работа равнодействующей сил, действующих на десантника, равна нулю в течение промежутка времени, длящегося от $t_2$ до $t_3$, поскольку движение в течение этого промежутка времени было равномерным;

6) неверное. Работа силы $\vec{F}$ определяется по формуле $A = F\Delta r$, так как направления перемещения и силы тяги $\vec{F}$ совпадают;

7) неверное. Так как угол между вектором перемещения (линейной скорости) спутника и силой притяжения его к Земле в любой момент времени равен $90°$, то работа равна нулю;

8) верное. Доказательство истинности данного утверждения приведено в учебнике физики для 9 класса.

**Задание 28.2.** Используя уравнение зависимости проекции скорости от времени, находим модуль ускорения $a = 4{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Из второго закона Ньютона $F - F_{\text{тр}} = ma$ найдем модуль силы трения $F_{\text{тр}} = F - ma$. Работа силы трения

$$A = -F_{\text{тр}}\Delta r = -40\ \text{Н}.$$

**Задание 28.3.** На рисунке 93 показаны силы, действующие на тело: $\vec{F}$ — сила тяги, $m\vec{g}$ — сила тяжести, $\vec{F}_{\text{тр}}$ — сила трения, $\vec{N}$ — сила реакции опоры. Используя второй закон Ньютона, получим уравнения

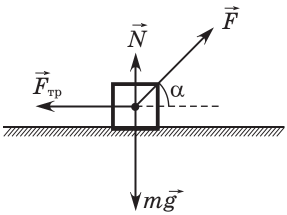


*Рис. 93*

$$F\cos\alpha = F_{\text{тр}} \text{ и } F\sin\alpha + N = mg.$$

Учитывая, что модуль силы трения $F_{\text{тр}} = \mu N$, найдем модуль силы тяги:

$$F = \frac{\mu mg}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}.$$

Работа силы тяги $A = F\Delta r\cos\alpha = 0{,}54$ кДж.

**Задание 28.4.** На рисунке 94 показаны силы, действующие на тело: $m\vec{g}$ — сила тяжести, $\vec{N}$ — сила реакции опоры, $\vec{F}$ — сила тяги. Спроецировав уравнение второго закона Ньютона $m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} = m\vec{a}$ на координатную ось $Ox$, получим уравнение

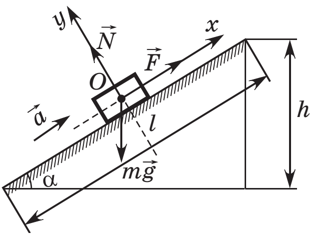


*Рис. 94*

$$F - mg\sin\alpha = ma.$$

Отсюда $\sin\alpha = \frac{F - ma}{mg}$.

С другой стороны, $\sin\alpha = \frac{h}{l}$, где $l$ — длина наклонной плоскости. Из двух последних уравнений найдем длину наклонной плоскости $l = \frac{mgh}{F - ma}$. Работу силы $\vec{F}$ определим по формуле

$$A = Fl = \frac{Fmgh}{F - ma} = 0{,}1\ \text{кДж}.$$

**Задание 28.5.** На первом этапе решения задачи определим, на какую глубину $h$ (рис. 95) была погружена плавающая бочка. Используя второй закон Ньютона, можно записать уравнение

$$F_A = mg, \text{ или } \rho g S h = mg,$$

из которого глубина

$$h = \frac{m}{S\rho} = \frac{4m}{\pi d^2 \rho}.$$

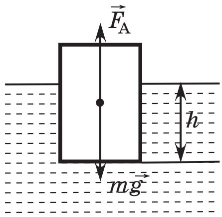



*Рис. 95*

На втором этапе построим график зависимости модуля прикладываемой силы $F$ от пути $l$, пройденного дном бочки (рис. 96). Очевидно, что модуль силы, с которой удерживают бочку после подъема над поверхностью воды, равен модулю силы тяжести. Работа в данном случае переменной силы $F$ может быть рассчитана как площадь треугольника, ограниченного графиком зависимости силы $F$ от пути $l$ и осью абсцисс (заштрихованная площадь на рисунке). Таким образом, искомая работа

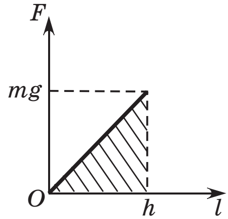



*Рис. 96*

$$A = \frac{mgh}{2} = \frac{2m^2 g}{\pi d^2 \rho} = 0{,}5 \text{ кДж}.$$

**В результате работы на уроке** учащиеся должны уметь определять работу постоянной и переменной силы.

**Рекомендовать учащимся** повторить мгновенную и среднюю мощность, а также мощность двигателя.

## Занятие 29. Мощность

**Цель:** обобщить и систематизировать знания о понятии мощности.

**Повторение** осуществляется путем анализа верности или ложности утверждений, данных в задаче 29.1.

### Комментарии, решения и ответы к заданиям 29.1—29.6

**Задание 29.1.** 1) Неверное. Мощность силы 500 Вт означает, что за 1 секунду выполняется работа, равная 500 Дж; 2) верное; 3) верное; 4) верное; 5) верное; 6) верное.

**Задание 29.2.** С одной стороны, работа, совершенная двигателем подъемной машины, $A = P\Delta t$, с другой стороны, такая же работа должна быть совершена при подъеме груза массой $m$ на высоту $h$, т. е. $A = mgh$. Из записанных уравнений найдем массу: $m = \dfrac{P\Delta t}{gh} = 1{,}6$ т.

**Задание 29.3.** В этой задаче требуется найти мгновенную мощность, т. е. мощность в указанный в задаче момент времени: $P = Fv$, где $v$ — модуль скорости, достигнутой автомобилем к концу пятой секунды, $F$ — модуль силы тяги автомобиля. Из уравнений кинематики $v = at$ и $l = \dfrac{at^2}{2}$ находим, что модуль скорости $v = \dfrac{2l}{t}$, где $t = \Delta t = 5{,}0$ с. Поскольку в данной задаче силой сопротивления можно пренебречь, то модуль силы тяги

$$F = ma = m\frac{2l}{t^2}.$$

Из записанных уравнений находим мощность автомобиля:

$$P = \frac{4ml^2}{t^3} = 80 \text{ кВт}.$$

**Задание 29.4.** Мощность, развиваемая человеком, находится по формуле $P = Fv\cos\alpha$, где $F$ — модуль силы, с которой человек тянет санки, $v$ — модуль скорости равномерного движения санок. На рисунке 97 показаны силы, действующие на санки. Применяя второй закон Ньютона, можно записать два уравнения:

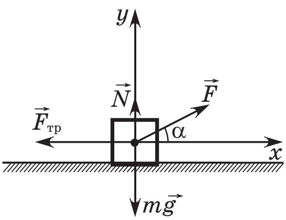



*Рис. 97*

$$F\cos\alpha - F_{тр} = 0,\ F\sin\alpha + N - mg = 0.$$

Из полученных уравнений с учетом того, что модуль силы трения $F_{тр} = \mu N$, находим модуль силы тяги:

$$F = \frac{\mu mg}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}.$$

Мощность силы тяги

$$P = \frac{\mu mgv\cos\alpha}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha} = \frac{\mu mgv}{1 + \mu\,\mathrm{tg}\,\alpha} = 80 \text{ Вт}.$$

**Задание 29.5.** Средняя мощность $\langle P \rangle = F\langle v \rangle$. При равноускоренном движении

$$\langle v \rangle = \frac{v_0 + v}{2},$$

где $v_0$ и $v$ — модули начальной и конечной скорости перемещения тела. Модуль скорости $v_0 = 2{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, а модуль ускорения $a = 2{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, что следует из кинематического уравнения перемещения тела. Для нахождения модуля скорости $v$ надо сначала определить промежуток времени $\Delta t = t$, за который тело переместится на $\Delta r = 15$ м. Решая уравнение $t^2 + 2{,}0t = 15$, находим, что $t = 3{,}0$ с. После этого находим, что модуль скорости $v = v_0 + at = 8{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Средняя мощность силы тяги $\langle P \rangle = 0{,}15$ кВт.

**Задание 29.6.** Второе условие задачи позволяет определить на основании закона Гука жесткость пружины $k = \frac{F}{\Delta x_2}$. Работа, необходимая для сжатия пружины на величину $\Delta x_1$, определяется по формуле $A = \frac{k\Delta x_1^2}{2}$. Эту формулу можно получить, учитывая то, что сила упругости при сжатии пружины увеличивается равномерно от 0 до $k\Delta x_1$. При этом модуль средней силы, сжимающей пружину,

$$\langle F \rangle = \frac{0 + k\Delta x_1}{2} = \frac{k\Delta x_1}{2}.$$

Работа силы по сжатию пружины на $\Delta x_1$ определяется равенством

$$A = \langle F \rangle \Delta x_1 = \frac{k\Delta x_1^2}{2}.$$

Учитывая жесткость пружины, можно записать:

$$A = \frac{F\Delta x_1^2}{2\Delta x_2}.$$

Средняя мощность силы, сжимающей пружину,

$$\langle P \rangle = \frac{A}{\Delta t} = \frac{F\Delta x_1^2}{2\Delta x_2 \Delta t} = 4\ \text{кВт}.$$

**В результате работы на уроке** учащиеся должны усвоить понятие мощности и научиться решать задачи с применением данной физической величины.

**Рекомендовать учащимся** повторить понятие кинетической и потенциальной энергии.

## Занятие 30. Механическая энергия

**Цель:** обобщить и систематизировать знания о понятиях кинетической и потенциальной энергий, теоремы о кинетической энергии.

**Повторение** осуществляется на основе выполнения задания 30.1.

### Комментарии, решения и ответы к заданиям 30.1—30.5

**Задание 30.1.** 1) Верное; 2) неверное. Например, при равномерном поднятии тела вверх с поверхности Земли равнодействующая сил равна нулю, а потенциальная энергия тела увеличивается; 3) неверное. Например, сжимают поролоновую мочалку, не изменяя положение ее центра масс, однако при этом потенциальная энергия деформированной мочалки увеличивается; 4) неверное. Ответ зависит от выбора системы отсчета: в одной системе отсчета тело покоится, и его кинетическая энергия $E_к = 0$, в другой — движется с такой скоростью, что его кинетическая энергия $E_к = 100$ Дж; 5) верное; 6) верное. Например, одно из тел деформированное; 7) неверное. Жесткости жгутов могут быть различными, и их потенциальные энергии не будут равными; 8) неверное. Так как массы шариков не равны ($m_а < m_м$), то и их кинетические энергии также не равны; 9) неверное. В качестве доказательства можно привести такой пример. С вершины наклонной плоскости толкнули брусок, сообщив ему скорость вниз вдоль наклонной плоскости. Под действием силы трения брусок начал останавливаться. Соответственно его кинетическая энергия начала уменьшаться. Но при движении бруска уменьшается высота, поэтому потенциальная энергия бруска также уменьшается.

**Задание 30.2.** На рисунке 98 показаны силы, действующие на всплывающий шарик: сила тяжести $m\vec{g}$, сила сопротивления воды $\vec{F}_с = 3,5m\vec{g}$ и сила Архимеда $\vec{F}_А$.

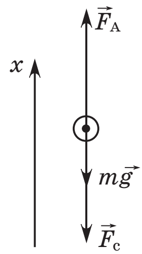


*Рис. 98*

Из второго закона Ньютона

$$F_А - mg - 3,5mg = ma,$$

с учетом силы Архимеда

$$F_A = 5\rho g\frac{m}{\rho} = 5mg$$

найдем модуль ускорения шарика $a = 5\ \frac{м}{с^2}$.

Используя уравнение скорости равноускоренного движения $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}\Delta t$, найдем модуль скорости движения шарика через промежуток времени $\Delta t$: $v = a\Delta t = 2\ \frac{м}{с}$. Искомая кинетическая энергия шарика $E_к = \frac{mv^2}{2} = 0,04$ Дж.

**Задание 30.3.** Данную задачу можно решить, применяя уравнения кинематики и динамики. Но наиболее рациональный способ решения этой задачи связан с применением теоремы о кинетической энергии. При горизонтальном движении пули в доске равнодействующая сила равна силе сопротивления. Согласно теореме о кинетической энергии работа равнодействующей силы равна изменению кинетической энергии пули:

$$A = \Delta E_к = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = -1,2\ кДж.$$

**Задание 30.4.** При равномерном движении бруска по горизонтальной поверхности модуль силы трения равен модулю силы упругости пружины, действующей на брусок:

$$F_{тр} = F_{упр},\ или$$

$\mu mg = kx$, где $x$ — величина деформации пружины.

Потенциальная энергия пружины

$$E_п = \frac{kx^2}{2}.$$

Решая совместно записанные уравнения, найдем, что

$$E_п = \frac{\mu^2 m^2 g^2}{2k} = 0,2\ Дж.$$

**Задание 30.5.** Работа силы по подъему цепи равна изменению ее потенциальной энергии: $A = \Delta E_п = E_{п2} - E_{п1}$. Потенциальная энергия цепи в начальном положении $E_{п1} = 0$, поскольку ее центр тяжести не был поднят над горизонтальной поверхностью. Потенциальная энергия цепи в конечном положении $E_{п2} = mg2{,}5l$, так как ее центр тяжести переместился на высоту $2{,}5l$ относительно горизонтальной поверхности. Из записанных уравнений находим минимальную работу по подъему однородной цепи:

$$A = 2{,}5mgl = 0{,}50 \text{ Дж}.$$

Эту же задачу можно решить графическим методом: построить график зависимости модуля силы тяги $F$ от модуля перемещения $\Delta r$ верхнего конца цепи и определить минимальную работу по подъему как площадь между графиком и осью перемещения.

**В результате работы на уроке** учащиеся должны научиться решать задачи на определение кинетической энергии тела и потенциальной энергии упруго деформированного тела и тела, поднятого на некоторую высоту относительно нулевого уровня.

**Рекомендовать учащимся** повторить потенциальные силы, закон сохранения механической энергии и условия применения закона сохранения механической энергии.

## Занятие 31. Закон сохранения механической энергии

**Цель:** формировать умения решать задачи на закон сохранения механической энергии.

**Повторение** материала о замкнутых системах, потенциальных силах, механической энергии, законе сохранения механической энергии можно провести, если предложить учащимся ответить на вопросы, представленные в задаче 31.1.

### Комментарии, решения и ответы к заданиям 31.1—31.5

**Задание 31.1.** г) Механическая энергия материальной точки

$$E = \frac{mv^2}{2} + mgh;$$

д) механическая энергия системы

$$E = \frac{mv^2}{2} + \frac{k\Delta x^2}{2} + \frac{mg\Delta x}{2}.$$

**Задание 31.2.** Задача состоит из двух частей. В первой части рассматривается движение шарика на жестком стержне, а во второй — на нерастяжимой нити. При минимальной начальной скорости шарик сделает полный оборот на стержне, если в верхней точке траектории его скорость будет равна нулю. Двигаясь на нерастяжимой нити, шарик, чтобы сделать полный оборот, в верхней точке траектории должен иметь скорость, которую можно найти из второго закона Ньютона. Чтобы выполнить условие задачи о минимальности начальной скорости, в верхней точке траектории натяжение нити следует считать равным нулю:

$$F_{\text{упр}} = 0.$$

1) Из закона сохранения механической энергии

$$\frac{mv_0^2}{2} = mg2l$$

находим модуль начальной скорости шарика $v_0 = \sqrt{4gl}$;

2) из закона сохранения механической энергии

$$\frac{mv_0^2}{2} = mg2l + \frac{mv^2}{2}$$

и второго закона Ньютона, записанного для шарика, находящегося в верхней точке траектории, $mg = ma$, найдем модуль начальной скорости шарика:

$$v_0 = \sqrt{5gl}.$$

Здесь учтено, что модуль центростремительного ускорения в верхней точке траектории движения шарика

$$a = \frac{v^2}{l}.$$

**Задание 31.3.** Нулевой уровень отсчета потенциальной энергии выберем в нижней точке траектории груза $m_2$ (рис. 99). Закон сохранения механической энергии будет иметь вид:

$$m_1 g\frac{l}{2} + m_2 g\frac{l}{2} = m_1 gl + \frac{m_1 v^2}{2} + \frac{m_2 v^2}{2}.$$

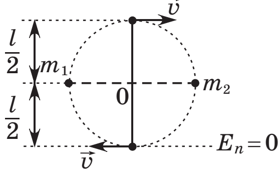


*Рис. 99*

Из полученного уравнения находим модуль скорости грузов, когда стержень проходит вертикальное положение:

$$v = \sqrt{\frac{(m_2 - m_1)gl}{m_1 + m_2}} = 2\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

**Задание 31.4.** За нулевой уровень отсчета потенциальной энергии примем нижнее положение груза, которого он достигнет при движении вниз. В этом случае закон сохранения механической энергии будет иметь вид:

$$mg\Delta x = \frac{k\Delta x^2}{2}.$$

Из этого уравнения находим максимальную деформацию пружины $\Delta x = \dfrac{2mg}{k} = 10$ см.

**Задание 31.5.** Высота $h$ будет минимальной, если в верхней точке «мертвой петли» шайба окажется в невесомости (сила реакции опоры станет равной нулю) (рис. 100). Из второго закона Ньютона $mg = ma$ и с учетом центростремительного ускорения $a = \dfrac{v^2}{R}$ найдем квадрат скорости:

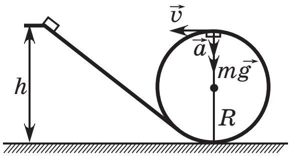



*Рис. 100*

$$v^2 = gR.$$

Запишем закон сохранения механической энергии:

$$mgh = mg2R + \frac{mv^2}{2}.$$

Из записанных уравнений находим искомую высоту:

$$h = \frac{5}{2}R = 50\ \text{см}.$$

**В результате работы на уроке** учащиеся должны научиться применять закон сохранения механической энергии к решению задач.

**Рекомендовать учащимся** повторить закон сохранения энергии и работу силы трения.

## Занятие 32. Закон сохранения энергии

**Цель:** формировать умения решать задачи на закон сохранения энергии.

**Повторение:** замкнутые системы, потенциальные и непотенциальные силы, кинетическая и потенциальная энергия, закон сохранения энергии.

### Комментарии, решения и ответы к заданиям 32.1—32.6

**Задание 32.1.** в) Не сохраняется;

г) может. Например, при вылете пробки, закрывающей газ в бутылке, внутренняя энергия газа уменьшается, на это указывает его охлаждение (виден пар), а механическая энергия пробки возрастает;

д) может, если часть механической энергии перейдет в иные виды энергии, например тепловую.

**Задание 32.2.** Из закона сохранения энергии

$$mgh_1 = mgh_2 + Q$$

найдем количество теплоты $Q$, которое выделилось при ударе шарика о плиту: $Q = 1$ Дж.

**Задание 32.3.** Из закона сохранения энергии (рис. 101)

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + Q$$

и уравнения

$$h = l\sin\alpha$$

найдем количество теплоты $Q$, выделяющееся при соскальзывании ящика с наклонной плоскости:

$$Q = 9 \text{ Дж}.$$

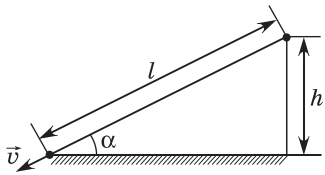


*Рис. 101*

**Задание 32.4.** Из закона сохранения энергии

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{k\Delta x^2}{2} + Q$$

найдем максимальную деформацию пружины:

$$\Delta x = 0{,}1 \text{ м}.$$

**Задание 32.5.** Запишем закон сохранения энергии:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + Q.$$

Применяя второй закон Ньютона для шайбы, когда она находится в верхней точке полукольца, получим уравнение

$$mg = ma,$$

где $a$ — модуль центростремительного ускорения шайбы:

$$a = \frac{v^2}{R}.$$

Решая совместно записанные уравнения, найдем количество теплоты $Q$, которое выделяется при скольжении шайбы:

$$Q = mgh - \frac{mgR}{2} = 0,1 \text{ Дж}.$$

**Задание 32.6.** Запишем закон сохранения энергии, выбрав за нулевой уровень потенциальной энергии поверхность пола:

$$\frac{k\Delta x^2}{2} + mgh = \frac{k(\Delta x + h)^2}{2} + Q.$$

Масса кубика $m = \rho V$.

Из записанных уравнений найдем количество теплоты $Q$, которое выделится при абсолютно неупругом ударе кубика о пол: $Q = 0,06$ Дж.

**В результате работы на уроке** учащиеся должны научиться применять закон сохранения энергии к решению задач.

**Рекомендовать учащимся** повторить закон сохранения механической энергии и закон сохранения импульса.

## Занятие 33. Законы сохранения энергии и импульса

**Цель:** формировать умения решать задачи на законы сохранения энергии и импульса.

**Повторение** закона сохранения механической энергии, закона сохранения энергии, закона сохранения импульса можно провести, предложив учащимся ответить на вопросы, представленные в задаче 33.1.

## Комментарии, решения и ответы к заданиям 33.1—33.5

**Задание 33.1.** Закон сохранения механической энергии следует применить при решении задач 2 и 3, а закон сохранения полной энергии — при решении задач 1 и 4. Закон сохранения импульса надо применить при решении задач 2 и 4. Закон сохранения импульса в проекции на горизонтальное направление следует применить при решении задач 1 и 3, так как только на горизонтальное направление проекция внешних сил равна нулю.

**Задание 33.2.** В случае абсолютно упругого удара сохраняется как импульс системы, так и ее механическая энергия. Запишем закон сохранения импульса в проекции на ось $Ox$, направленную вдоль скорости $\vec{v}_1$, и закон сохранения механической энергии:

$$m_1 v_1 = m_1 u_1 + m_2 u_2,$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}.$$

Сгруппируем члены так, чтобы все, что относится к первому шару, было слева от знака равенства:

$$m_1(v_1 - u_1) = m_2 u_2,$$

$$m_1(v_1^2 - u_1^2) = m_2 u_2^2.$$

Разделим уравнения друг на друга и получим линейное уравнение вида: $v_1 + u_1 = u_2$.

Последнее уравнение решаем совместно с первым и находим модули скорости $u_1$ и $u_2$ шаров соответственно массами $m_1$ и $m_2$:

$$u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 = 2\ \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 = 8\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

**Задание 33.3.** В горизонтальном направлении на тела системы «клин — шар» не действуют внешние силы, поэтому проекция импульса системы тел на горизонтальную ось сохраняется:

$$m v_1 = n m v_2,$$

где $n = 10$.

Кроме этого, при упругом ударе в замкнутой системе сохраняется механическая энергия:

$$\frac{mv_1^2}{2} = \frac{nmv_2^2}{2} + mgh.$$

Совместно решая записанные уравнения, находим высоту, на которую после удара поднимется шарик:

$$h = \frac{(n-1)v_1^2}{2gn} = 18 \text{ см}.$$

**Задание 33.4.** В начале решения задачи следует обратить внимание учащихся на то, что механическая энергия данной замкнутой системы не сохраняется. Часть механической энергии пули при ударе в брусок переходит во внутреннюю энергию. Однако для решения задачи следует воспользоваться законом сохранения механической энергии, которая сохраняется после удара пули в брусок. Так как время взаимодействия пули и бруска пренебрежимо мало, импульс системы сохраняется. Из закона сохранения импульса

$$m_0v_0 = (m + m_0)v$$

найдем модуль скорости бруска и пули после удара:

$$v = \frac{m_0v_0}{(m + m_0)}.$$

Из закона сохранения механической энергии после удара пули

$$\frac{(m + m_0)v^2}{2} = \frac{k\Delta x^2}{2}$$

найдем максимальное удлинение деформированной пружины:

$$\Delta x = \sqrt{\frac{(m + m_0)v^2}{k}}.$$

Подставив в последнее уравнение модуль скорости $v$, получим окончательный результат:

$$\Delta x = \frac{m_0v_0}{\sqrt{(m + m_0)k}} = 5 \text{ см}.$$

**Задание 33.5.** Вначале необходимо с учащимися обсудить тот факт, что при решении следует рассматривать две замкнутые системы: 1) когда движется только первый брусок; 2) когда движутся оба бруска одновременно.

Чтобы определить модуль скорости $v_0$ первого бруска в тот момент, когда отпускают второй брусок, запишем закон сохранения механической энергии:

$$\frac{k\Delta x^2}{2} = \frac{m_1 v_0^2}{2}.$$

Отсюда $v_0 = \Delta x \sqrt{\frac{k}{m_1}}$.

Деформация пружины в процессе дальнейшего движения брусков будет максимальной, когда их скорости между собой будут равны. Рассмотрим движение брусков с момента начала движения второго бруска до момента, когда деформация пружины станет максимальной. Для этого промежутка времени законы сохранения импульса и энергии имеют вид:

$$m_1 v_0 = (m_1 + m_2)v; \quad \frac{m_1 v_0^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} + \frac{k\Delta x_{max}^2}{2}.$$

Совместно решая полученные уравнения, находим максимальную деформацию пружины:

$$\Delta x_{max} = \Delta x \sqrt{\frac{m_2}{m_1 + m_2}} = 8 \text{ см}.$$

**В результате работы на уроке** учащиеся должны научиться решать задачи на абсолютно упругий и абсолютно неупругий удар с применением одновременно закона сохранения энергии и закона сохранения импульса.

**Рекомендовать учащимся** повторить работу постоянной и переменной силы.

## **Занятие 34.** Изменение механической энергии

**Цель:** формировать умения решать задачи на работу силы трения и работу внешней силы.

**Повторение** материала о замкнутых и незамкнутых системах, о работе силы трения, равной изменению механической энергии замкнутой системы, а также о работе внешней силы можно провести, предложив учащимся ответить на вопросы задания 34.1.

## Комментарии, решения и ответы к заданиям 34.1—34.5

**Задание 34.1.** 1) При деформации потенциальная энергия ластика возрастает, поэтому возрастает его механическая энергия. На этот же вопрос можно дать ответ иначе. Поскольку внешней силой совершается положительная работа, то механическая энергия ластика увеличивается;

2) механическая энергия ластика, равномерно соскальзывающего с вершины наклонной плоскости, уменьшается, поскольку потенциальная энергия уменьшается, а кинетическая не изменяется. Ответ на этот вопрос можно связать с работой силы трения. Так как ластик соскальзывает с наклонной плоскости с постоянной скоростью, то на него действует сила трения. А работа силы трения в замкнутой непотенциальной системе равна изменению механической энергии этой системы;

3) наибольшие потери механической энергии произошли при ударе ластика о пол. При этом часть его механической энергии перешла во внутреннюю, и механическая энергия ластика уменьшилась. Следует добавить, что при полете на ластик действовала сила сопротивления воздуха, которая совершала отрицательную работу, также уменьшая его механическую энергию;

4) при свободном падении на ластик действует только сила тяжести, которая является потенциальной силой, поэтому его механическая энергия не изменяется;

5) при равноускоренном движении возрастает кинетическая энергия ластика, а следовательно, возрастает его механическая энергия. Можно также напомнить учащимся, что при совершении внешней силой положительной работы механическая энергия системы возрастает.

**Задание 34.2.** Работа силы трения в замкнутой системе равна изменению механической энергии: $A_{\text{тр}} = \Delta E_{\text{мех}}$. За нулевой уровень отсчета потенциальной энергии удобно принять основание наклонной плоскости. В нижней точке наклонной плоскости брусок обладал кинетической энергией $E_к = \dfrac{mv_0^2}{2}$, а на высоте $h$ — потенциальной $E_п = mgh$. Работа силы трения

$$A_{\text{тр}} = mgh - \frac{mv_0^2}{2} = -70 \text{ мДж}.$$

**Задание 34.3.** Вначале следует обратить внимание учащихся на тот факт, что при движении на тело действует переменная равнодействующая сила, поскольку в зависимости от величины деформации пружины изменяется сила упругости, действующая на тело. Поэтому для решения данной задачи нельзя использовать уравнения кинематики и динамики равноускоренного движения. Эту задачу следует решить через изменение механической энергии системы.

Работа силы трения при движении тела как в направлении стены, так и от стены в первоначальное состояние $A_{тр} = -\mu mg\Delta x$, где $\Delta x$ — расстояние, пройденное телом в каждом направлении. Работа силы трения $A_{тр1}$ при движении тела к стене равна изменению механической энергии системы:

$$A_{тр1} = \frac{k\Delta x^2}{2} - \frac{mv_0^{\ 2}}{2}.$$

Работа силы трения $A_{тр2}$ при движении тела от стены в первоначальное положение также равна изменению механической энергии системы:

$$A_{тр2} = -\frac{k\Delta x^2}{2}.$$

Исходя из этого можно записать два уравнения:

$$-\mu mg\Delta x = \frac{k\Delta x^2}{2} - \frac{mv_0^{\ 2}}{2},$$

$$-\mu mg\Delta x = -\frac{k\Delta x^2}{2}.$$

Решая совместно полученные уравнения, находим модуль минимальной скорости $v_0$, которую надо сообщить телу, чтобы оно вернулось в исходную точку:

$$v_0 = 2\mu g\sqrt{\frac{2m}{k}} = 2{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

**Задание 34.4.** Как и предыдущую, эту задачу следует решать через изменение механической энергии системы.

Если пол гладкий, то работа $A_1$ внешней силы равна изменению механической энергии системы. Если пол шероховатый, то сумма работы внешней силы $A_2$ и работы силы трения $A_{тр}$ равна изменению механической энергии системы:

$$A_1 = \frac{kx_1^{\ 2}}{2};\ \ A_2 + A_{тр} = \frac{kx_2^{\ 2}}{2},$$

где $x_1$ и $x_2$ — максимальная деформация пружины соответственно в первом и втором случаях.

Так как $A_1 = Fx_1$, $A_2 = Fx_2$, $A_{тр} = -\mu mgx_2$, то

$$Fx_1 = \frac{kx_1^{\ 2}}{2},$$

$$Fx_2 - \mu mgx_2 = \frac{kx_2^{\ 2}}{2}.$$

Из полученных уравнений находим, что максимальная деформация пружины в первом и втором случаях соответственно

$$x_1 = \frac{2F}{k} = 6 \text{ см}$$

$$\text{и } x_2 = \frac{2(F - \mu mg)}{k} = 4 \text{ см}.$$

**Задание 34.5.** Совершенная спортсменом работа равна изменению кинетической энергии спортсмена и ядра:

$$A = \frac{m_2 v_2^{\ 2}}{2} - \frac{(m_1 + m_2)v_0^{\ 2}}{2}.$$

Из закона сохранения проекции импульса на горизонтальную ось

$$(m_1 + m_2)v_0 = m_2 v_2 \cos\alpha$$

найдем модуль скорости $v_0$ спортсмена до броска ядра:

$$v_0 = \frac{m_2 v_2 \cos\alpha}{m_1 + m_2}.$$

Из записанных уравнений найдем работу, которую совершил спортсмен:

$$A = \frac{m_2 v_2^{\ 2}}{2}\left(1 - \frac{m_2 \cos^2\alpha}{m_1 + m_2}\right) = 0{,}29 \text{ кДж}.$$

**В результате работы на уроке** учащиеся должны научиться решать задачи на работу силы трения и работу внешней силы через энергию системы.

**Рекомендовать учащимся** повторить основные определения и законы, изучаемые в разделе «Механика».

## Занятие 35. Игра «Дуэль»

**Цель:** в игровой форме выяснить уровень знаний, полученных на уроках физики.

### Организация занятия

Разделить учащихся по парам (желательно, чтобы пару составляли учащиеся, имеющие одинаковые по уровню знания). Пояснить участникам игры, что каждое задание они начинают и заканчивают выполнять по сигналу учителя. Первое задание выполняется в течение 1 минуты, второе — тоже в течение 1 минуты, третье — 2 минут, четвертое — 10 минут, пятое — 10 минуты.

После выполнения каждого задания соперники в каждой паре обмениваются тетрадями. Учитель показывает на экране с помощью мультимедийного проектора правильные ответы. Учащиеся проверяют правильность выполнения задания соперником, выставляют баллы и возвращают тетрадь. После выполнения всех заданий каждый участник игры суммирует свои набранные баллы, и в каждой паре определяется победитель «дуэли». По количеству набранных баллов учитель может определить победителя среди всех учащихся, принявших участие в игре.

### Ответы к заданиям 35.1—35.5

**Задание 35.1.**

| Физическая величина | Единица измерения в СИ | Физическая величина | Единица измерения в СИ |
|---|---|---|---|
| Скорость | $\frac{м}{с}$ | Ускорение | $\frac{м}{с^2}$ |
| Мощность | Вт | Сила | Н |
| Угловая скорость | $\frac{рад}{с}$ | Энергия | Дж |
| Работа | Дж | Импульс тела | $\frac{кг \cdot м}{с}$ |
| Частота | $с^{-1}$ | Импульс силы | $Н \cdot с$ |

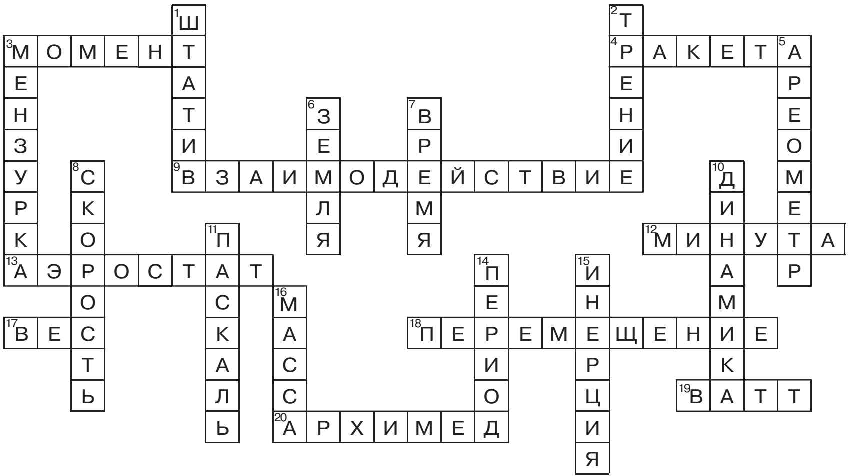
## Задание 35.2.

| Слоги | Название прибора | Слоги | Название прибора |
|---|---|---|---|
| СЫ ЧА | часы | КА МЕН ЗУР | мензурка |
| СЫ ВЕ | весы | ПЕР АМ МЕТР | амперметр |
| МЕТР МО ТЕР | термометр | МЕТР МО НА ДИ | динамометр |
| МЕТР РО БА | барометр | МЕТР ВОЛЬТ | вольтметр |
| ДО КУН МЕР СЕ | секундомер | НОМ МЕТ РО | метроном |

## Задание 35.3.

| Название графика | Номер графика на рисунке | Название графика | Номер графика на рисунке |
|---|---|---|---|
| График проекции скорости при равноускоренном движении тела | 1 | График зависимости модуля импульса тела от модуля скорости при равноускоренном движении тела | 7 |
| График проекции перемещения при равноускоренном движении тела | 3 | График проекции скорости при равномерном движении тела | 2 |
| График зависимости модуля ускорения от модуля равнодействующей сил, действующих на тело | 5 | График проекции перемещения при равномерном движении тела | 4 |

## Задание 35.4.



## Задание 35.5.

| Номер вопроса | Вопрос | Ответ |
|---|---|---|
| 1 | Кинематический закон движения тела вдоль оси $Ox$ имеет вид: $x = At + B$, где $A = 3\ \frac{м}{с}$, $B = -2$ м. Является ли движение данного тела равномерным? | Да |
| 2 | В некоторой инерциальной системе отсчета координата $x$ тела с течением времени $t$ остается неизменной. Обязательно ли тело неподвижно в этой системе отсчета? | Нет |
| 3 | Велосипедист относительно поверхности Земли движется с запада на восток. Может ли он в какой-либо инерциальной системе отсчета двигаться на север? | Да |
| 4 | Равны ли средние скорости на первой и второй половинах пути равноускоренно и прямолинейно движущегося дельфина? | Нет |
| 5 | Кинематический закон движения тела вдоль оси $Ox$ имеет вид: $x = At^2 + B$, где $A = 2\ \frac{м}{с^2}$, $B = 3$ м. Является ли движение данного тела равноускоренным? | Да |
| 6 | Может ли тело вращаться по окружности без ускорения? | Нет |
| 7 | Автомобиль движется по кольцевой дороге со скоростью, модуль которой не изменяется. Является ли связанная с автомобилем система отсчета инерциальной? | Нет |
| 8 | Равно ли нулю ускорение тела, если равнодействующая сил, действующих на тело, равна нулю? | Да |
| 9 | Притягивается ли Земля к яблоку, висящему на ветке дерева? | Да |
| 10 | Изменится ли ускорение свободного падения тела, если сообщить ему начальную скорость? | Нет |
| 11 | Изменится ли жесткость резинового жгута, если его укоротить? | Да |
| 12 | На наклонном участке дороги неподвижно стоит автобус. Действует ли на него сила трения? | Да |
| 13 | Могут ли внутренние силы изменять импульс тел в замкнутой системе? | Да |
| 14 | Совершает ли работу сила тяжести, действующая на спортсмена, неподвижно стоящего на трамплине? | Нет |
| 15 | Зависит ли работа силы тяжести от формы траектории движения тела? | Нет |
| 16 | Увеличится ли КПД неподвижного блока при уменьшении силы трения? | Да |

| Номер вопроса | Вопрос | Ответ |
|---|---|---|
| 17 | Обладает ли потенциальной энергией карандаш, лежащий на столе, относительно потолка комнаты? | Да |
| 18 | Два мальчика разной массы поднялись по лестнице на третий этаж школы за равный промежуток времени. Одинаковую ли среднюю мощность развили мальчики? | Нет |
| 19 | Изменяется ли кинетическая энергия тела, если равнодействующая сил, действующих на него, совершает отрицательную работу? | Да |
| 20 | Сохраняется ли механическая энергия листа бумаги, падающего на пол? | Нет |

В. В. Жилко, Л. Г. Маркович

# 10 класс
# Решение творческих задач

## ПРОГРАММА ФАКУЛЬТАТИВНЫХ ЗАНЯТИЙ
(1 час в неделю, всего 35 часов)

| Тема | Количество часов | Содержание программы | Опорный учебный материал |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Применение приближенных вычислений при решении задач. Погрешности. Обработка результатов косвенных измерений | 2 | Рассмотрение причин возникновения погрешностей, основных правил и способов приближенных вычислений при решении задач. Выделение основных типов погрешностей. Методы оценки погрешностей прямых и косвенных измерений | [3] § 33—43<br><br>[4] Занятия 1, 2 |
| Основы МКТ | 7 | Систематизация задач по темам «Микропараметры и макропараметры и их определение», «Уравнение Клапейрона — Менделеева», «Закон Дальтона», «Поверхностное натяжение. Смачивание и несмачивание. Капиллярные явления», «Свойства насыщенного и ненасыщенного пара», проведение экспериментального исследования «Изучение капиллярных явлений» на базе школьного кабинета физики | [1] § 33—43<br><br>[4] Занятия 3—9 |
| Основы термодинамики | 9 | Систематизация задач по темам «Агрегатные состояния и фазовые превращения. Уравнение теплового баланса», «Тепловое расширение тел», «Вода и ее свойства», «Теплоемкость газа», «Второе начало термодинамики», «Теоремы Карно», «Тепловые двигатели», «Холодильник, кондиционер, тепловой насос», проведение экспериментального исследования «Определение удельной теплоты плавления льда» на базе школьного кабинета физики | [1] § 17—32<br><br>[4] Занятия 10—18 |

*Окончание*

| 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|
| Электростатика | 7 | Систематизация задач по темам «Электрический заряд и электрическое поле», «Силовая и энергетическая характеристики поля», «Принципы суперпозиции напряженностей и потенциалов электростатических полей», «Графические задачи для электростатических полей», «Электроемкость. Электроемкость конденсаторов», «Соединения конденсаторов», проведение экспериментального исследования «Измерение электроемкости конденсатора» на базе школьного кабинета физики | [2] § 17—28<br><br>[4] Занятия 19—25 |
| Постоянный электрический ток | 5 | Систематизация задач по темам «Напряжение, сила тока, электрическое сопротивление и проводимость», «Законы Ома для однородного и неоднородного участков цепи, полной цепи», «Измерение силы тока и напряжения. Шунт и добавочное сопротивление», «КПД источника тока», «Конденсатор в цепи постоянного тока». Проведение экспериментального исследования «Определение удельного сопротивления проводника» на базе школьного кабинета физики | [2] § 29—34<br><br>[4] Занятия 26—30 |
| Электрический ток в различных средах | 1 | Систематизация задач по темам «Электрический ток в растворах и расплавах электролитов» | [1] § 44, 46, 52<br><br>[4] Занятие 31 |
| Магнитное поле. Электромагнитная индукция | 3 | Систематизация задач по темам «Магнитное поле электрического тока. Измерение индукции магнитного поля», «Принцип суперпозиции магнитных полей», «Закон электромагнитной индукции» | [2] § 35—47<br><br>[4] Занятия 32—34 |
| Резерв времени: 1 час | | | |

Учитель может использовать следующие формы организации познавательной деятельности учащихся: лекцию, практическое занятие, экспериментальное исследование, конференцию.

# ОПОРНЫЙ УЧЕБНЫЙ МАТЕРИАЛ

1. Жилко, В. В. Физика : учеб. пособие для 11-го класса общеобразовательных школ с русским языком обучения / В. В. Жилко, А. В. Лавриненко, Л. Г. Маркович. — Минск : Народная асвета, 2002. — 382 с.

2. Жилко, В. В. Физика : учеб. пособие для 11-го класса общеобразовательных учреждений с русским языком обучения с 12-летним сроком обучения (базовый и повышенный уровни) / В. В. Жилко, Л. Г. Маркович. — 2-е изд., испр. — Минск : Народная асвета, 2008. — 359 с.

3. Кембровский, Г. Н. Приближенные вычисления и методы обработки результатов измерений в физике : метод. пособие / Г. Н. Кембровский. — Минск : Оракул, 1997. — 208 с.

4. Жилко, В. В. Физика. 10 класс. Решение творческих задач : рабочая тетрадь : пособие для учащихся общеобразоват. учреждений с белорус. и рус. яз. обучения / В. В. Жилко, Л. Г. Маркович. — Минск : НИО ; Аверсэв, 2010. — 126 с.

# МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

## Занятие 1. Применение приближенных вычислений при решении задач

### Повторение

Приближенные вычисления предполагают три основных момента:

- определение значения искомой величины;
- оценка точности полученного результата;
- округление результата в соответствии с его точностью.

При решении задач по физике и обработке результатов физического эксперимента необходимо различать точные и приближенные числа.

**Точные числа** — это числовые коэффициенты, показатели степени в формулах, коэффициенты, отражающие кратность и дольность единиц измерения, и т. п.

Приведите примеры точных чисел.

**Приближенными числами** являются результаты измерений различных величин, округленные значения точных чисел, табличные значения математических, физических, химических величин.

Приведите примеры приближенных чисел.

Модуль максимального отклонения $\Delta x$ полученного результата измерения $x_{изм}$ от истинного значения $x_{ист}$ величины называется максимальной **абсолютной погрешностью** или верхней границей погрешности:

$$\Delta x \geq \left| x_{изм} - x_{ист} \right|.$$

**Относительная погрешность** $\varepsilon$ — отношение абсолютной погрешности $\Delta x$ к значению измеряемой величины $x_{изм}$, выраженное в процентах:

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_{изм}} \cdot 100\ \%.$$

**Значащими цифрами числа** называются все его цифры, в том числе и нули, если они не расположены в начале числа.

При записи числа в ***стандартной форме*** первую значащую цифру ставят в разряд единиц, а остальные — в десятичные разряды после запятой.

Точные и приближенные числа можно ***округлять***, т. е. уменьшать количество их значащих цифр.

Приближенные числа, получаемые в результате измерений и вычислений, могут содержать разное количество значащих цифр, среди которых есть *верные*, *сомнительные* и *неверные*.

Цифра приближенного числа называется **верной**, если ее абсолютная погрешность не превышает одной единицы того разряда, в котором данная цифра стоит.

Цифра, стоящая за последней верной, называется **сомнительной**, так как в ней содержится погрешность.

Цифры приближенного числа, стоящие за сомнительной, — **неверные**.

В приближенных вычислениях пользуются ***принципом Крылова — Брадиса***: *приближенные чисел записываются с сохранением всех верных и одной сомнительной цифры*.

Следует подчеркнуть, что в ряде задач необходимо проводить округление с избытком или недостатком.

При **округлении с избытком** независимо от первой отбрасываемой цифры последняя сохраняемая цифра увеличивается на единицу.

В качестве примера можно решить задачу:

*определите количество тросов, которые потребуются для равномерного подъема бетонной плиты массой* $m = 2{,}8$ т, *если один трос выдерживает, не разрываясь, силу, модуль которой* $F = 6{,}5$ кН.

При **округлении с недостатком** независимо от первой отбрасываемой цифры последняя сохраняемая цифра остается без изменения.

В качестве примера можно решить задачу на определение скорости движения, безопасной для прохождения крутого поворота.

### Ответы к заданиям и решение задач

Согласно правилу подсчета цифр при вычислениях с приближенными числами в ответе следует оставлять столько же значащих цифр, сколько их в исходных данных (для заданий 1—5).

**Задание 1.** 4,0; 8,0; 11; 0,70; 0,80.

**Задание 2.** $2{,}6 \cdot 10^2$; $4{,}1 \cdot 10^3$; 0,090; 9,86; 96.

**Задание 3.** 707 мм$^3$.

**Задание 4.** В 6,3 раза.

**Задание 5.** В 1,2 раза.

## Занятие 2. Обработка результатов измерений. Погрешности косвенных измерений

### Повторение

Приближенные вычисления являются методом физической науки, ее составной частью. Для получения достоверных экспериментальных данных необходимо не только правильно проводить эксперименты, но и уметь правильно обрабатывать получаемые результаты. Любое приближенное вычисление включает три основных этапа:

- определение значения искомой величины;
- оценка точности полученного результата;
- округление результата в соответствии с его точностью.

К приближенным числам относятся результаты измерения различных величин, округленные значения точных чисел, табличные значения величин.

При измерениях величин получаются не абсолютно точные, а приближенные значения. **Измерением** называется определение значения физической величины экспериментальным путем с помощью технических средств. Встречаются два вида измерений: прямые и косвенные.

***Прямым*** называется измерение, при котором значение искомой величины находится непосредственно отсчетом по шкале прибора.

***Косвенным*** называется измерение, при котором значение определяемой величины находится по формуле как функция других величин.

В полученном результате измерения содержится погрешность вследствие несовершенства измерительных приборов, влияния различных внешних факторов, изменения самого измеряемого объекта и др. Поэтому основной целью любого измерения является определение значения измеряемой величины с наименьшей погрешностью, оценка погрешности и округление результата.

### Абсолютная и относительная погрешности

***Абсолютная погрешность*** $\Delta x$ определяется как разность между истинным и приближенным значениями измеряемой величины. Вследствие того, что истинное значение измеряемой величины неизвестно, на практике берется *максимальная* абсолютная погрешность, которая может быть допущена при измерении. За приближенное значение измеряемой величины берут среднее арифметическое значение.

Результат измерения записывают в интервальной форме:

$$x = x_{изм} \pm \Delta x.$$

Для определения и сравнения точности измерений различных величин используют относительную погрешность $\varepsilon$, так как понятие абсолютной погрешности невозможно применять для сравнения точности величин с неодинаковыми размерностями.

***Относительная погрешность*** $\varepsilon$ — отношение абсолютной погрешности к значению измеряемой величины, умноженное на 100 %:

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_{изм}} \cdot 100\ \%.$$

Таким образом, относительная погрешность показывает, какую часть в процентах составляет абсолютная погрешность от самой величины.

Погрешности подразделяются на *случайные*, *систематические* и *промахи*. Погрешности называются **случайными**, если при многократном повторении измерений их размер и знак изменяются непредсказуемым образом.

***Систематическими*** называются погрешности, которые остаются постоянными при многократном повторении измерений или изменяются по определенному закону.

***Промахи*** — погрешности, существенно превышающие ожидаемую при данных условиях погрешность. Результаты измерений, содержащие промах, не принимаются во внимание.

**Инструментальная погрешность**

Средства измерения делятся на *меры* и *измерительные приборы*.

***Меры*** — это тела или устройства, предназначенные для измерений и воспроизводящие одно или несколько значений данной физической величины (линейка, гиря, мензурка).

***Измерительные приборы*** — устройства, предназначенные для измерений и имеющие части, которые воспринимают измеряемую величину и преобразуют ее в показание (весы, амперметр, термометр, динамометр).

*Таблица 1.* **Предельные абсолютные погрешности некоторых мер и приборов**

| Приборы и меры | Значение меры, диапазон измерения | Предельная погрешность |
|---|---|---|
| Линейки:<br>металлические<br>деревянные<br>пластмассовые | <br>150—1000 мм<br>400—750 мм<br>200—300 мм | <br>0,1 мм<br>0,2 мм<br>0,5 мм |
| Штангенциркули с ценой деления 0,1; 0,05 мм | 0—350 мм | 0,1; 0,05 мм в соответствии с ценой деления нониуса |
| Микрометры с ценой деления 0,01 мм | 0—75 мм | 0,004 мм |
| Секундомеры механические | 30—60 с | 1,5 цены деления шкалы за один оборот секундной стрелки |
| Секундомеры электрические | 30 с | 0,5 цены деления шкалы за один оборот секундной стрелки |
| Секундомеры электронные | 30 с | 0,5 цены деления |

**Цифры: значащие, верные, сомнительные, неверные**

***Значащими*** называются все цифры числа, в том числе и нули, если они не расположены в начале числа. Например, числа 3,041; 25,640; $1,79 \cdot 10^4$ имеют соответственно 4, 5 и 3 значащие цифры. В то же время число 0,0089 имеет только две значащие цифры 8 и 9. Нули в нем только указывают соответствующие десятичные разряды другими цифрами. Это хорошо видно при записи числа в стандартной форме: $0{,}0089 = 8{,}9 \cdot 10^{-3}$.

В ***стандартной форме числа*** первую значащую цифру числа ставят в разряд единиц, а остальные — в десятичные разряды после запятой. Полученное число умножается на множитель $10^n$ ($n$ — соответствующее целое положительное или отрицательное число). Например, $0{,}0635 = 6{,}35 \cdot 10^{-2}$.

Приближенные числа могут содержать разное количество значащих цифр, среди которых могут быть *верные*, *сомнительные* и *неверные*.

Цифра приближенного числа называется **верной**, если его абсолютная погрешность не превышает одной единицы того разряда, в котором стоит данная цифра. Следовательно, количество верных значащих цифр в приближенном числе однозначно определяется его абсолютной погрешностью.

Цифра, стоящая за последней верной, называется **сомнительной**.

Цифры приближенного числа, стоящие после сомнительной, — **неверные**.

Согласно **принципу Крылова — Брадиса** *в записи приближенных чисел необходимо сохранять все верные и одну сомнительную цифру*.

При решении задач по данной теме учитель должен вывести основные формулы приближенных вычислений. В соответствии с этим выведем некоторые из приведенных в рабочей тетради формул.

1) Косвенно измеряемая величина равна сумме прямо измеряемых величин:

$$y = x_1 + x_2.$$

Если первое слагаемое измерено с абсолютной погрешностью $\Delta x_1$, а второе — $\Delta x_2$, то тогда максимальная абсолютная погрешность $\Delta y$, обусловленная обеими причинами, будет равна сумме погрешностей $\Delta y_1$ и $\Delta y_2$, т. е. $\Delta y = \Delta y_{x_1} + \Delta y_{x_2} = \Delta x_1 + \Delta x_2$.

Относительная погрешность суммы

$$\varepsilon = \frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{x_1 + x_2}.$$

2) Косвенно измеряемая величина равна произведению прямо измеряемых величин:

$$y = x_1 x_2.$$

Если величина $x_1$ измерена с абсолютной погрешностью $\Delta x_1$, а $x_2$ — с $\Delta x_2$, то тогда максимальная абсолютная погрешность произведения $\Delta y$, обусловленная обеими причинами,

$$\Delta y = (x_1 + \Delta x_1)(x_2 + \Delta x_2) - x_1 x_2 =$$

$$= x_1 x_2 + \Delta x_1 x_2 + x_1 \Delta x_2 + \Delta x_1 \Delta x_2 - x_1 x_2 = \Delta x_1 x_2 + \Delta x_2 x_1 + \Delta x_1 \Delta x_2.$$

С учетом того, что $(\Delta x_{1,2})^2 \ll (x_{1,2})^2$, можно пренебречь $\Delta x_1 \Delta x_2$ и $\Delta x_2^2$ по сравнению с $x_1$ и $x_2$, тогда получаем

$$\Delta y \approx \Delta x_1 x_2 + \Delta x_2 x_1.$$

Относительная погрешность

$$\varepsilon = \frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta x_1 x_2 + \Delta x_2 x_1}{x_1 \cdot x_2} = \frac{\Delta x_1}{x_1} + \frac{\Delta x_2}{x_2}.$$

3) Косвенно измеряемая величина равна частному прямо измеряемых величин:

$$y = \frac{x_1}{x_2}.$$

Если величина $x_1$ измерена с абсолютной погрешностью $\Delta x_1$, а $x_2$ — $\Delta x_2$, то максимальная абсолютная погрешность

$$\Delta y = \frac{(x_1 + \Delta x_1)}{(x_2 + \Delta x_2)} - \frac{x_1}{x_2} = \frac{(x_1 + \Delta x_1) \cdot x_2 - (x_2 + \Delta x_2) \cdot x_1}{(x_2 + \Delta x_2) \cdot x_2} =$$

$$= \frac{\left[(x_1 + \Delta x_1) \cdot x_2 - (x_2 + \Delta x_2) \cdot x_1\right]}{(x_2 + \Delta x_2) \cdot x_2 \cdot (x_2 - \Delta x_2)}(x_2 - \Delta x_2) =$$

$$= \frac{x_1 x_2^2 - x_1 x_2 \Delta x_2 + x_1 x_2 \Delta x_1 - x_2 \Delta x_1 \Delta x_2 - x_2^2 x_1 + x_1 (\Delta x_2)^2}{(x_2^2 - \Delta x_2^2) x_2}.$$

С учетом того, что $(\Delta x_{1,2})^2 \ll (x_{1,2})^2$, можно пренебречь $\Delta x_1 \Delta x_2$ и $\Delta x_2^2$ по сравнению с $x_1$ и $x_2$, тогда получаем

$$\Delta y \approx \frac{\Delta x_1 x_2^2 - x_1 x_2 \Delta x_2}{x_2^3} = \frac{\Delta x_1 x_2 - x_1 \Delta x_2}{x_2^2}.$$

Вследствие того, что берется максимальная погрешность, необходимо в числителе второе слагаемое взять по модулю. Тогда абсолютная погрешность частного определяется по формуле

$$\Delta y = \frac{\Delta x_1 x_2 + x_1 \Delta x_2}{x_2^2}.$$

Относительная погрешность равна сумме относительных погрешностей числителя и знаменателя:

$$\varepsilon = \frac{\Delta y}{y} = \frac{(\Delta x_1 x_2 + x_1 \Delta x_2) \cdot x_2}{x_2^2 \cdot x_1} = \frac{\Delta x_1}{x_1} + \frac{\Delta x_2}{x_2}.$$

*Таблица 2.* **Формулы для абсолютных и относительных погрешностей**

| Вид функции, $y$ | Абсолютная погрешность, $\Delta y$ | Относительная погрешность, $\varepsilon$ |
|---|---|---|
| $x_1 + x_2$ | $\Delta x_1 + \Delta x_2$ | $\frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\lvert x_1 + x_2 \rvert}$ |
| $x_1 - x_2$ | $\Delta x_1 + \Delta x_2$ | $\frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\lvert x_1 - x_2 \rvert}$ |
| $Cx$ | $C\Delta x$ | $\frac{\Delta x}{\lvert x \rvert}$ |
| $x_1 \cdot x_2$ | $\lvert x_1 \rvert \cdot \Delta x_2 + \lvert x_2 \rvert \cdot \Delta x_1$ | $\frac{\Delta x_1}{\lvert x_1 \rvert} + \frac{\Delta x_2}{\lvert x_2 \rvert}$ |
| $\frac{x_1}{x_2}$ | $\frac{\lvert x_1 \rvert \cdot \Delta x_2 + \lvert x_2 \rvert \cdot \Delta x_1}{x_2^2}$ | $\frac{\Delta x_1}{\lvert x_1 \rvert} + \frac{\Delta x_2}{\lvert x_2 \rvert}$ |
| $x''$ | $\lvert n \rvert \cdot \lvert x \rvert^{n-1} \cdot \Delta x$ | $\lvert n \rvert \cdot \frac{\Delta x}{\lvert x \rvert}$ |

## Ответы к заданиям и решение задач

**Задание 1.** $\varepsilon_V = \frac{\Delta V}{\langle V \rangle} = 2\frac{\Delta d}{\langle d \rangle} + \frac{\Delta h}{\langle h \rangle}.$

**Задание 2.** $\varepsilon_R = \frac{\Delta R}{\langle R \rangle} = \frac{\Delta R_1 + \Delta R_2}{\langle R_1 \rangle + \langle R_2 \rangle}.$

**Задание 3.**

$$\varepsilon_R = \frac{\Delta R}{\langle R \rangle} = \left( \frac{1}{\langle R_1 \rangle} - \frac{1}{\langle R_1 \rangle + \langle R_2 \rangle} \right) \Delta R_1 + \left( \frac{1}{\langle R_2 \rangle} - \frac{1}{\langle R_1 \rangle + \langle R_2 \rangle} \right) \Delta R_2.$$

**Задание 4.** $\varepsilon_R = \frac{\Delta R}{\langle R \rangle} = \frac{\Delta U}{\langle U \rangle} + \frac{\Delta I}{\langle I \rangle}.$

**Задание 5.** $a = \frac{2\langle l \rangle}{\langle t \rangle^2} = 1{,}8\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$, $\varepsilon_a = \frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{2\Delta t}{t} = 0{,}065\ (6{,}5\ \%)$,

$\Delta a = 0{,}12\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2}.$

Ускорение тела $a = \dfrac{2\langle l\rangle}{\langle t\rangle^2} = 1{,}8\ \dfrac{\text{см}}{\text{с}^2}$.

Используем формулы для определения погрешности измерения (см. таблицу):

$$\varepsilon_a = \frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{2\Delta t}{t} = 0{,}065\ (6{,}5\ \%).$$

Для абсолютной погрешности получаем

$$\Delta a = \varepsilon_a \cdot a = 0{,}12\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2}.$$

**Задание 6.** $V = 7{,}79 \cdot 10^4$ мм³, $\varepsilon_V = \dfrac{3\Delta D}{\langle D\rangle} \cdot 100\ \% = 0{,}79\ \%$.

Определим среднее значение $\langle D\rangle = 53{,}2$ мм диаметра шара и погрешность его измерения $\Delta D = 0{,}14$ мм.

Объем шара найдем по формуле $V = \dfrac{\pi D^3}{6}$. Тогда относительная погрешность

$$\varepsilon_V = \frac{\Delta V}{\langle V\rangle} = \frac{3\Delta D}{\langle D\rangle} \cdot 100\ \% = 0{,}79\ \%.$$

## Занятие 3. Микропараметры, макропараметры и их определение

### Повторение

Физические величины, характеризующие поведение микросистем, называются **микропараметрами**, а макросистем — **макропараметрами**.

Для решения задач на общие положения молекулярно-кинетической теории вещества достаточно понимания основ теории.

Массы атомов и молекул измеряются в специальных единицах, называемых **атомной единицей массы:**

$$1\ \text{а. е. м.} = 1{,}66 \cdot 10^{-27}\ \text{кг}.$$

Масса атома, выраженная в а. е. м., называется ***относительной атомной массой A***.

Масса молекул, выраженная в а. е. м., называется ***относительной молекулярной массой M***. Тогда массу молекулы можно определить из соотношения

$$m_0 = M \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\ \text{кг}.$$

**1 моль** — количество вещества, в котором содержится столько же молекул или атомов, сколько их содержится в 0,012 кг углерода ${}^{12}_{6}C$.

**Постоянная Авогадро**

$$N_A = \frac{0{,}012\ \frac{\text{кг}}{\text{моль}}}{12 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\ \text{кг}} = 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \frac{1}{\text{моль}}.$$

**Количество вещества** $\nu$ — число молей в данной порции вещества — равно отношению числа молекул $N$ в веществе к постоянной Авогадро $N_A$: $\nu = \dfrac{N}{N_A}$.

Если масса тела $m$, а число молекул в нем $N$, то

$$m_0 = \frac{m}{N} = \frac{m}{\nu N_A} = \frac{M}{N_A}.$$

**Средняя квадратичная скорость** движения молекул

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}.$$

**Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов,** или **уравнение Клаузиуса:**

$$p = \frac{1}{3} nm \langle v^2 \rangle = \frac{2}{3} n \langle W_{\text{к}} \rangle.$$

## Ответы к заданиям и решение задач

**Задание 1.** $n = 1{,}9 \cdot 10^{19}$.

Подсчитаем количество молекул воды в объеме $V = 1{,}0$ л по формуле:

$$N = N_A \frac{m}{M} = N_A \frac{\rho \cdot V}{M} = 3{,}3 \cdot 10^{25}.$$

Разделим полученное значение (количество молекул воды) на количество атомов радона:

$$n = \frac{N}{N_R} = 1{,}9 \cdot 10^{19}.$$

Таким образом, на один атом радона приходится $n = 1{,}8 \times 10^6$ атомов воды.

**Задание 2.** $\Delta N = \dfrac{N_1}{V_1} \Delta V = 6{,}4 \cdot 10^3$.

Подсчитаем количество молекул воды в объеме $V = 50$ л по формуле:

$$N_1 = N_A \frac{m}{M} = N_A \frac{\rho \cdot V_1}{M}.$$

Число молекул в Мировом океане оценим, зная массу воды на планете:

$$N_2 = N_A \frac{m}{M} = N_A \frac{\rho \cdot V_2}{M}.$$

Будем считать, что меченые молекулы равномерно распределены по всему объему Мирового океана.

Соответственно при втором зачерпывании в банку попадет количество меченых молекул

$$\Delta N = \frac{N_1}{V_2} \Delta V = 6{,}4 \cdot 10^3.$$

**Задание 3.** $\Delta N = \dfrac{N}{V_1} \Delta V = 2{,}4 \cdot 10^{13}.$

Из капельки духов массой $m = 0{,}020$ мг получится количество молекул

$$N_1 = N_A \frac{m}{M} = 2{,}4 \cdot 10^{17}.$$

Молекулы равномерно распределены по комнате объемом $V_1 = 40$ м$^3$. Соответственно при одном вдохе в легкие человека попадет количество молекул ароматического вещества

$$\Delta N = \frac{N}{V_1} \Delta V = 2{,}4 \cdot 10^{13}.$$

**Задание 4.** $V_2 = \dfrac{\nu RT}{P} = 0{,}69$ л.

Объем одного моля газа при данной температуре найдем из уравнения Клапейрона — Менделеева:

$$V_1 = \frac{\nu RT}{P} = 25 \text{ л}.$$

Для атмосферы Венеры при температуре $t = 750$ К и давлении $p = 90$ атм получим

$$V_2 = \frac{\nu RT}{P} = 0{,}69 \text{ л}.$$

**Задание 5.** $\Delta T_1 = \dfrac{25}{7} \Delta T = 179$ К.

Из выражения для среднеквадратичной скорости $\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\dfrac{3kT}{m_0}}$ найдем начальную температуру $T$ газа:

$$v_1^2 = \frac{3kT}{m_0} \text{ и } v_2^2 = \frac{3k(T + \Delta T)}{m_0}.$$

Тогда

$$\Delta T_1 = \frac{25}{7}\Delta T = 179 \text{ К}.$$

## Занятие 4. Уравнение Клапейрона — Менделеева

### Повторение

Уравнение Клапейрона — Менделеева используется при решении задач на определение параметров идеальных газов. Если какой-либо из макропараметров остается постоянным, то уравнение Клапейрона — Менделеева переходит в одно из уравнений, описывающих изопроцессы — изобарные, изохорные или изотермические.

### Алгоритм решения задач

- Выяснить из условия задачи, в каких процессах участвует данный газ при переходе из начального состояния в конечное.
- Записать для каждого процесса уравнение Клапейрона — Менделеева $pV = \frac{m}{M}RT = \nu RT$ или уравнение объединенного газового закона $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$, связывающие начальные и конечные параметры состояния газа.
- Записать все вспомогательные условия, связывающие параметры ($m$, $p$, $V$, $T$) данного газа в различных условиях.
- Решить полученную систему уравнений относительно искомой величины.

### Ответы к заданиям и решение задач

**Задание 1.** $m = 3{,}2$ кг.

Молярная масса кислорода $M = 18 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$. Соответственно для массы $\nu = 100$ моль кислорода получим

$$m = m_0N = m_0\nu N_A = 3{,}2 \text{ кг}.$$

**Задание 2.** $v = \dfrac{mRT}{pMtS} = 9{,}0\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}.$

За время $t$ по трубе с поперечным сечением площадью $S$ пройдет газ объемом $V = Svt$, где $v$ — модуль искомой скорости течения газа.

Из уравнения Клапейрона — Менделеева имеем:

$$pV = \frac{m}{M}RT \Rightarrow V = \frac{m}{pM}RT.$$

Приравнивая выражения для объема, находим:

$$Svt = \frac{mRT}{\rho M},$$

отсюда

$$v = \frac{mRT}{pMtS} = 9{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

**Задание 3.** $x = \dfrac{lM_2}{M_1 + M_2} = 5{,}0$ см.

При смещении поршня (например, при увеличении расстояния $x$) давление в одной части сосуда уменьшается, а во второй — увеличивается (рис. 1).

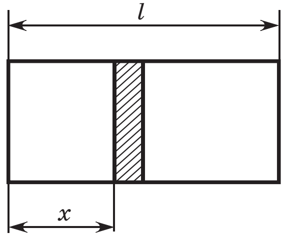


*Рис. 1*

Пусть поршень установился на расстоянии $x$ от левого конца сосуда. Запишем уравнение Клапейрона — Менделеева для кислорода, предполагая, что он находится в левой части сосуда:

$$p_1V = p_1Sx = \frac{m}{M_1}RT \Rightarrow p_1 = \frac{m}{xSM_1}RT, \qquad (1)$$

где $M_1 = 32\ \dfrac{\text{г}}{\text{моль}}$ — молярная масса кислорода.

Давление водорода в правой части сосуда выразим аналогично:

$$p_2V_2 = p_2S(l - x) = \frac{m}{M_2}RT \Rightarrow p_2 = \frac{m}{(l - x)SM_2}RT, \qquad (2)$$

где $M_2 = 2\ \dfrac{\text{г}}{\text{моль}}$ — молярная масса водорода.

В положении равновесия (установившемся положении) давление газа справа и слева от легкоподвижного поршня должно быть одинаковым:

$$p_1 = p_2.$$

Приравнивая выражения (1) и (2), получим уравнение с одной неизвестной

$$\frac{m}{xSM_1}RT = \frac{m}{(l - x)SM_2}RT,$$

из которого найдем искомое значение $x$:

$$x = \frac{lM_2}{M_1 + M_2} = 5{,}0 \text{ см}.$$

**Задание 4.** $T_{max} = \dfrac{M(p_2V_1 - p_1V_2)^2}{4mR(p_2 - p_1)(V_1 - V_2)} = 484$ К.

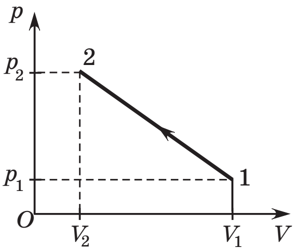



*Рис. 2*

При переходе газа из состояния 1 в состояние 2 температура сначала увеличивается, а затем уменьшается. В этом можно убедиться, если построить несколько изотерм, пересекающих участок процесса на графике (рис. 2).

Используя координаты двух точек на графике, запишем линейную зависимость давления от температуры:

$$p(V) = A - B \cdot V, \qquad (1)$$

где $A = \dfrac{p_2V_1 - p_1V_2}{V_1 - V_2}$, $B = \dfrac{p_2 - p_1}{V_1 - V_2}$.

Запишем уравнение Клапейрона — Менделеева для газа и подставим в него полученную зависимость (1):

$$pV = \frac{m}{M}RT \;\Rightarrow\; (A - B \cdot V)V = \frac{m}{M}RT. \qquad (2)$$

Из уравнения (2) выразим зависимость температуры от объема — получится параболическая зависимость:

$$T = \frac{(A - B \cdot V)V}{R} \cdot \frac{M}{m}. \qquad (3)$$

Из выражения (3) следует, что ветви параболы направлены вниз. Соответственно максимальная температура $T_{max}$ в процессе достигается в вершине параболы при значении объема

$$V_1 = \frac{A}{2B} = \frac{(p_2V_1 - p_1V_2)}{2(V_1 - V_2)} \cdot \frac{V_1 - V_2}{(p_2 - p_1)} = \frac{(p_2V_1 - p_1V_2)}{2(p_2 - p_1)}.$$

Подставляя полученное значение $V_1$ в выражение (3), окончательно получим:

$$T_{max} = \frac{M(p_2V_1 - p_1V_2)^2}{4mR(p_2 - p_1)(V_1 - V_2)} = 484 \text{ К}.$$

**Задание 5.** $T_2 = T_1 \dfrac{H}{h} + \dfrac{k(H-h)M}{mR} = 727$ К.

Пусть длина пружины в недеформированном состоянии $l_0$. Тогда условие равновесия поршня в первом состоянии запишем как равенство силы давления газа и силы упругости пружины (рис. 3):

$$p_1S = k(h - l_0).$$

В новом положении соответственно можно записать

$$p_2S = k(H - l_0).$$

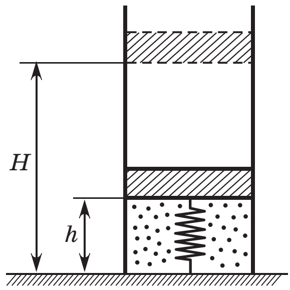



*Рис. 3*

Согласно уравнению Клапейрона — Менделеева для начального и конечного состояний газа запишем:

$$p_1V_1 = p_1Sh = \frac{m}{M}RT_1, \quad (1)$$

$$p_2V_2 = (p_1 + k(H-h))SH = \frac{m}{M}RT_2, \quad (2)$$

где $S$ — площадь поперечного сечения сосуда, $p_1$ — давление газа в начальном состоянии.

Выражая из уравнения (1) значение давления $p_1$ и подставляя его в уравнение (2), получим

$$T_2 = T_1 \frac{H}{h} + \frac{k(H-h)M}{mR} = 727 \text{ К}.$$

## Занятие 5. Закон Дальтона

### Повторение

Если в сосуде содержится смесь $i$ различных идеальных газов, то давление смеси газов равно сумме парциальных давлений компонентов смеси (**закон Дальтона**):

$$p = kT(n_1 + n_2 + \ldots + n_i) = p_1 + p_2 + \ldots + p_i,$$

где $p_i = n_ikT$ — парциальное давление $i$-го компонента газа с концентрацией $n_i = \dfrac{N_i}{V}$. Это давление, которое производил бы данный компонент смеси, если бы он один занимал весь объем сосуда.

Для находящейся в равновесии смеси различных газов из уравнения Клапейрона — Менделеева можно записать:

$$p = \frac{\rho}{M_{см}} RT,$$

где $p$ — давление смеси, $m$ — масса смеси (сумма масс всех компонентов смеси), $\rho$ — плотность смеси газов, $M_{см} = \dfrac{m}{\left(\dfrac{m_1}{M_1} + \dfrac{m_2}{M_2} + \ldots + \dfrac{m_i}{M_i}\right)}$ — средняя молекулярная масса смеси.

**Алгоритм решения задач**

- Записать уравнение Клапейрона — Менделеева для каждого газа до образования смеси.
- Определить, какие компоненты получаются в результате образования смеси, и записать уравнение Клапейрона — Менделеева для каждого из компонентов.
- Записать закон Дальтона для смеси.
- Решить полученную систему уравнений относительно искомой величины.

**Ответы к заданиям и решение задач**

**Задание 1.** $M = \dfrac{m}{\nu} = \dfrac{m_1 + m_2}{\dfrac{m_1}{M_1} + \dfrac{m_2}{M_2}} = 29\ \dfrac{г}{моль}.$

При смешивании кислорода молярной массой $M_1$ и азота молярной массой $M_2$ образуется количество вещества

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}.$$

Соответственно молярная масса смеси равна отношению общей массы к общему числу молей в смеси:

$$M = \frac{m}{\nu} = \frac{m_1 + m_2}{\dfrac{m_1}{M_1} + \dfrac{m_2}{M_2}} = 29\ \frac{г}{моль}.$$

**Задание 2.** $p_1 = 5{,}4$ кПа.

Согласно закону Дальтона давление смеси равно сумме парциальных давлений каждого газа в сосуде:

$$p = p_1 + p_2 = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right)\frac{RT}{V}.$$

Зная долю массы азота $\left(\eta_1 = \dfrac{m_1}{m_1 + m_2}\right)$, найдем, что искомое парциальное давление $p_1 = 5{,}4$ кПа.

**Задание 3.** $n_1 = 6{,}9 \cdot 10^{24}$ м$^{-2}$.

Пусть объем сосуда, в котором находится смесь, равен $V$. Тогда плотность смеси можно найти по формуле $\rho = \dfrac{m_1 + m_2}{V}$. Согласно закону Дальтона давление смеси равно сумме парциальных давлений азота и водорода:

$$p = p_1 + p_2 = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right)\frac{RT}{V}.$$

Выражая парциальное давление азота в сосуде через его концентрацию, из основного уравнения МКТ получим $n_1 = \dfrac{p_1}{kT}$. Повторяя аналогичные рассуждения для водорода, найдем $n_2 = \dfrac{p_2}{kT}$.

**Задание 4.** $\rho = 0{,}023\ \dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Для определения плотности $\rho = \dfrac{m_1 + m_2}{V}$ смеси кислорода и углекислого газа необходимо предварительно найти объем смеси. Для этого воспользуемся законом Дальтона и уравнением Клапейрона — Менделеева:

$$(p_1 + p_2)V = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right)RT.$$

Подставляя искомые величины в первое уравнение, найдем

$$\rho = 0{,}023\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

**Задание 5.** $p = \dfrac{(m_1 + m_2)p_1 p_2}{m_1 p_2 + m_2 p_1} = 300$ кПа.

Если открыть кран, в сосудах образуется смесь газов (водорода и азота), причем давление смеси будет одинаково в обоих сосудах.

Поскольку температура остается неизменной, то процесс является изотермическим. Следовательно, для каждого из газов можно применить закон Бойля — Мариотта:

$$p_1 V_1 = p_2(V_1 + V_2).$$

Записывая закон Дальтона для давления смеси, окончательно получаем:

$$p = \frac{(m_1 + m_2)p_1 p_2}{m_1 p_2 + m_2 p_1} = 300 \text{ кПа}.$$

## Занятие 6. Графические задачи

### Повторение

Эти задачи требуют умения читать графики и определять по ним значения термодинамических параметров. Отвечая на предложенные вопросы, можно научиться читать графики:

- Зависимость каких величин изображена на графике?
- Каков характер этой зависимости?
- Какой процесс изображает данная зависимость?
- Чем отличаются процессы изменения состояния газа?

Уравнение Клапейрона — Менделеева описывает связь между макроскопическими параметрами газа $p$, $V$, $T$, которые при изменении состояния газа все изменяются согласно выражению

$$pV = \frac{m}{M}RT = \nu RT.$$

При графическом изображении этих трех параметров в трехмерной системе координат с осями $p$, $V$, $T$ получалась бы некоторая поверхность. Но это неудобно, и на практике обычно строят плоские графики, используя сечения поверхности плоскостями, перпендикулярными одной из осей $p$, $V$, $T$.

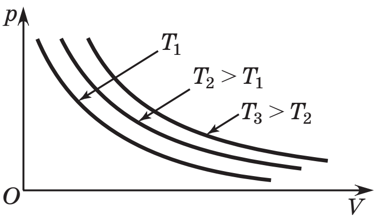


*Рис. 4*

При пересечении поверхности плоскостью, перпендикулярной оси температур $T$ ($T = \text{const}$), получаем семейство кривых, изображающих зависимость $p(V)$ при различных значениях температуры, — *изотермы* (рис. 4).

Вследствие того, что $pV = \text{const}$, $p = \dfrac{\text{const}}{V}$, и семейство изотерм на $p$—$V$-диаграмме представляет собой семейство *гипербол*. Чем больше температура газа $T$, тем выше находится соответствующая ей изотерма. На $p$—$T$- и $V$—$T$-диаграммах изотермические процессы представляют собой семейство прямых линий, параллельных оси $p$ (рис. 5) и оси $V$ (рис. 6).

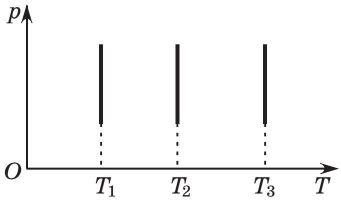


*Рис. 5*

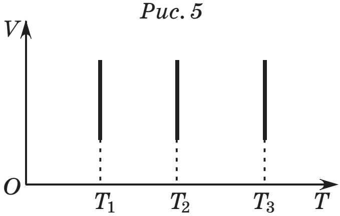


*Рис. 6*

Семейство *изобар* ($p$ = const), изображающее зависимость $V(T)$ при различных значениях давления, получается при пересечении поверхности плоскостями, перпендикулярными оси давлений $p$. На $V$—$T$-диаграмме изобары представляют собой семейство прямых линий, выходящих из начала координат (рис. 7), причем угол наклона прямых к оси температур $T$ уменьшается с увеличением давления. На $p$—$V$-диаграммах изобарные процессы представляют собой семейство прямых линий, параллельных оси $V$ (см. рис. 7), и оси $T$ — на $p$—$T$-диаграммах.

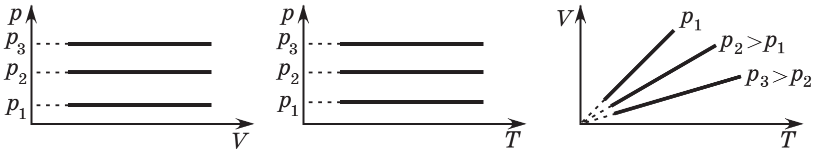


*Рис. 7*

При пересечении поверхности плоскостями, перпендикулярными оси объемов, получаем зависимость $p(T)$ — семейство *изохор* при различных значениях объема. Это семейство представляет собой семейство прямых, выходящих из начала координат, угол наклона которых к оси температур $T$ уменьшается с увеличением объема $V$ (рис. 8). На $p$—$V$-диаграммах изобарные процессы представляют собой семейство прямых линий, параллельных оси $T$, и оси $V$ (см. рис. 8) — на $V$—$T$-диаграммах.

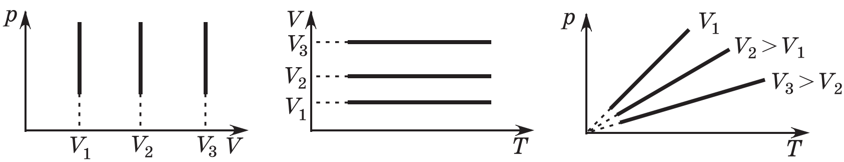


*Рис. 8*

Необходимо обратить внимание учащихся, что ни одна из прямых не может достигнуть соответствующих осей — $p$, $V$, $T$. Поэтому при приближении к осям прямые линии изображаются не сплошными, а пунктирными линиями.

## Ответы к заданиям и решение задач

**Задание 1.** Графики соответствующих процессов изображены на рисунке 9.

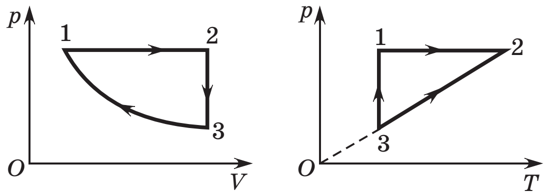



*Рис. 9*

**Задание 2.** Графики соответствующих процессов изображены на рисунке 10.

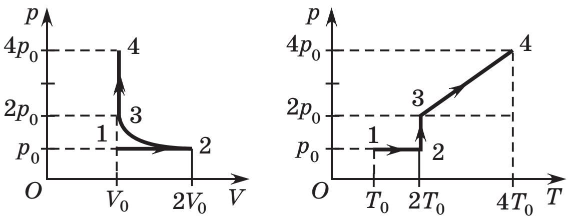



*Рис. 10*

**Задание 3.** Графики соответствующих процессов изображены на рисунке 11.

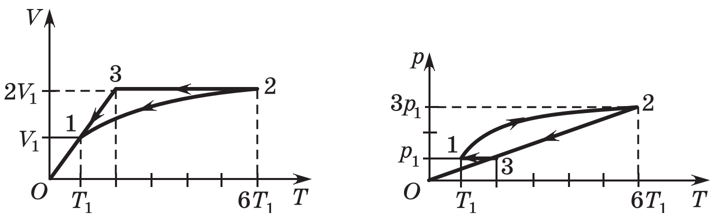



*Рис. 11*

**Задание 4.** $V_3 = \dfrac{V_2^2}{V_1}$.

График соответствующего процесса изображен на рисунке 12.

Для решения задачи заметим, что на участках 1—2 и 3—4 давление газа прямо пропорционально его объему:

$$p_{1\to2} = a_1V,$$
$$p_{3\to4} = a_2V,$$

где $a_1$ и $a_2$ — некоторые постоянные значения.

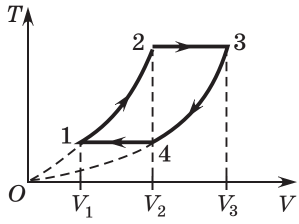


*Рис. 12*

Подставляя полученные выражения для давления в уравнение состояния идеального газа (Клапейрона — Менделеева), получим

$$pV = (a_1V)V = \frac{m}{M}RT \;\Rightarrow\; V = \sqrt{\frac{m}{a_1M}RT}. \qquad (1)$$

Как следует из (1), зависимость $T(V)$ является квадратичной, а графиком соответствующих участков — ветви парабол с различными коэффициентами (см. рис. 12).

Используя уравнение (1), запишем соотношение между параметрами газа в соответствующих состояниях на графике.

Для состояния 1:

$$a_1V_1^2 = \frac{m}{M}RT_1; \qquad (2)$$

для состояния 2:

$$a_1V_2^2 = \frac{m}{M}RT_2; \qquad (3)$$

для состояния 3:

$$a_2V_3^2 = \frac{m}{M}RT_2; \qquad (4)$$

для состояния 4:

$$a_2V_4^2 = \frac{m}{M}RT_1. \qquad (5)$$

Перемножая попарно равенства (2) и (4), а также (3) и (5), получим:

$$a_1V_1^2a_2V_3^2 = \frac{m}{M}RT_2 \cdot \frac{m}{M}RT_1;$$
$$a_1V_2^2a_2V_4^2 = \frac{m}{M}RT_2 \cdot \frac{m}{M}RT_1.$$

Из последних уравнений следует, что

$$V_1^2V_3^2 = V_2^2V_4^2 = V_2^4.$$

Отсюда найдем искомое значение:

$$V_3 = \frac{V_2^2}{V_1}.$$

## Занятие 7. Поверхностное натяжение. Смачивание и несмачивание. Капиллярные явления

### Повторение

Обратить внимание на главные особенности жидкости — ее *способность сохранять объем* и существование *свободной поверхности* на границе с газом или паром.

Поверхностная энергия — избыток энергии поверхностного слоя на границе раздела фаз жидкости и воздуха (по сравнению с энергией внутри вещества), обусловленный различием межмолекулярных взаимодействий в обеих фазах. При увеличении поверхности раздела, т. е. при переводе молекул в поверхностный слой, совершается работа против нескомпенсированных сил межмолекулярного взаимодействия у границы раздела.

Всякая система самопроизвольно стремится перейти в состояние с минимальной энергией. Для жидкости это сводится к тому, что при отсутствии внешних сил она принимает такую форму, что при заданном объеме ее поверхность минимальна. Именно поэтому в невесомости капля жидкости принимает сферическую форму.

Стремление жидкости уменьшить площадь своей свободной поверхности приводит к тому, что на границе с другой средой возникает сила поверхностного натяжения, направленная внутрь жидкости.

**Поверхностное натяжение** характеризует значение модуля силы поверхностного натяжения, отнесенной к единице длины границы поверхности.

Необходимо обратить внимание на то, что поверхностное натяжение допускает не только силовую, но и энергетическую трактовку. Поверхностное натяжение численно равно работе по увеличению поверхности жидкости при постоянной температуре на единицу площади при сохранении ее объема.

Поверхностная энергия жидкости зависит не только от свойств самой жидкости и ее температуры, но и от среды, с которой жидкость граничит. Когда жидкость граничит с другой жидкостью или твердым телом, то плотности веществ сравнимы между собой и пренебречь взаимодействием частиц жидкости с частицами соприкасающихся сред уже нельзя.

Так, на примере смачивания и капиллярных явлений показывается зависимость поверхностной энергии жидкости от свойств соприкасающихся сред. Если суммарная поверхностная энергия системы «твердое тело — жидкость — воздух» меньше, чем поверхностная энергия системы «твердое тело — воздух», то жидкость смачивает твердое тело, т. е. растекается по поверхности.

Мерой смачивания является угол $\theta$ между границей системы «жидкость — твердое тело» и «жидкость — воздух». Для полного смачивания $\theta = 0°$, а для полного несмачивания $\theta = 180°$.

Случаи полного смачивания и несмачивания можно показать на примере капиллярных явлений.

**Капиллярное давление** — разность давлений по обе стороны искривленной поверхности раздела сред, вызванная поверхностным натяжением.

Искривленная поверхность оказывает на жидкость избыточное давление. Для определения этого давления рассмотрим жидкость в капилляре радиусом $R$. Поверхность жидкости образует сферический сегмент, поверхность которого составляет с поверхностью капилляра угол $\theta$.

На участок границы контакта жидкости со стенкой капилляра действует сила поверхностного натяжения, направленная по касательной к поверхности жидкости. Составляющая силы поверхностного натяжения $F_{\parallel} = F\cos\alpha = -\sigma 2\pi R\cos\theta$, направленная в глубь жидкости, оказывает давление, избыточное по сравнению с атмосферным. Его величина

$$p = \frac{F_{\parallel}}{S} = \frac{-\sigma 2\pi R\cos\theta}{\pi R^2} = -\frac{2\sigma\cos\theta}{R}.$$

Как видно из полученной формулы, избыточное давление отрицательное, если краевой угол острый, и положительное, если краевой угол тупой. Следовательно, при смачивании жидкость в капилляре будет подниматься, а при несмачивании — опускаться.

Подъем (опускание) жидкости будет происходить до тех пор, пока гидростатическое давление $p_A = \rho gh$ не уравновесит избыточное давление $p = -\frac{2\sigma\cos\theta}{R}$ под искривленной поверхностью:

$$\rho gh = \frac{2\sigma\cos\theta}{R}.$$

Отсюда находим высоту подъема (опускания) жидкости в капилляре:

$$h = \frac{2\sigma\cos\theta}{\rho g R}.$$

В процессе урока необходимо обратить внимание учащихся на значение поверхностных явлений в жидкости в различных областях науки и жизни. В частности подчеркнуть, что эти явления играют ключевую роль в таких процессах, как адсорбция газов углем, образование коллоидных растворов, получение стекла, цемента, гипса, явление флотации, коррозии, действие моющих средств, движение растворов по капиллярам в почве и растениях.

## Ответы к заданиям и решение задач

**Задание 1.** $\sigma = \frac{\rho g R^2}{3} = 80\ \frac{\text{мН}}{\text{м}}$.

Погрешность дозировки воды определяется массой капли, которая образуется данной пипеткой. Масса капли находится из условия, что ее сила тяжести равна силе поверхностного натяжения, удерживающей каплю на пипетке. При этом краевой угол принимаем равным нулю ($\theta = 0°$), что соответствует случаю полного смачивания.

Соответственно

$$mg = 2\pi R\sigma,$$

где $m$ — масса капли. Полагая, что капля имеет форму полусферы, получим

$$\sigma = \frac{\rho g R^2}{3} = 80\ \frac{\text{мН}}{\text{м}}.$$

**Задание 2.** $\Delta h = h_1 + h_2 = 9{,}3$ мм.

Исходя из условия поднятия воды $h = \frac{2\sigma}{\rho g R}$ при полном смачивании, найдем радиус капиллярной трубки

$$R = \frac{2\sigma}{\rho_1 g h},$$

где $\rho_1$ — плотность воды.

Соответственно для высоты опускания $h_2$ ртути в капиллярной трубке получим (при условии полного несмачивания)

$$h_2 = \frac{2\sigma}{\rho_2 gR} = \frac{\rho_1}{\rho_2} h_1 = 1{,}3 \text{ мм}.$$

Следовательно, $\Delta h = h_1 + h_2 = 9{,}3$ мм.

**Задание 3.** $\Delta p = 2 \cdot \frac{2\sigma}{R} = 6{,}4$ Па.

Давления воздуха внутри и снаружи мыльного пузыря различаются на удвоенное избыточное давление, создаваемое искривленной поверхностью жидкости (у мыльного пузыря две поверхности).

Используя формулу для избыточного давления сферической поверхности, получаем

$$\Delta p = 2 \cdot \frac{2\sigma}{R} = 6{,}4 \text{ Па}.$$

**Задание 4.** $Q = 7{,}5$ мкДж.

При слиянии восьми шаровых капель в одну ее радиус определим из условия сохранения массы:

$$N\frac{4}{3}\pi R_0^3 = \frac{4}{3}\pi R^3.$$

Выделившееся количество теплоты равно разности энергии поверхностного натяжения большой капли и суммарной энергии поверхностного натяжения малых капель.

Окончательно имеем

$$Q = N \cdot \sigma \cdot 4\pi R_0^2 - \sigma \cdot 4\pi R^2 = 7{,}5 \text{ мкДж}.$$

**Задание 5.** $h = \frac{2\sigma}{\rho g d} = 13$ см.

Подъем воды за счет капиллярности между двумя плоскими стеклянными пластинками будет продолжаться до тех пор, пока сила тяжести воды не уравновесит силу поверхностного натяжения, увлекающую воду вверх:

$$mg = 2\sigma l.$$

С учетом того, что $m = \rho V = \rho dlh$, окончательно получим

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g d} = 13 \text{ см}.$$

**Задание 6.** $D = \frac{4\sigma}{\rho g h} = 0{,}29$ мкм.

Используя формулу для подъема жидкости в капилляре при условии полного смачивания

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g R},$$

выразим радиус капилляра и удвоим его, поскольку в условии задачи требуется найти диаметр капилляров ксилемы:

$$R = \frac{2\sigma}{\rho g h} \quad \Rightarrow \quad D = 2R = \frac{4\sigma}{\rho g h}.$$

Расчет дает $D = 0{,}29$ мкм.

## Занятие 8. Изучение капиллярных явлений (экспериментальное исследование)

Выполнение экспериментального исследования проводится в соответствии с алгоритмическими предписаниями, приведенными в дидактических материалах для учащихся.

## Занятие 9. Свойства насыщенного и ненасыщенного пара

### Повторение

Необходимо отметить, что законы идеального газа для изопроцессов можно применять лишь к парам, далеким от насыщения. Для насыщенного пара уравнение Клапейрона — Менделеева применимо для конкретной температуры и объема пара и не выражает зависимость давления от температуры при постоянном объеме и зависимость давления от объема при постоянной температуре. Его можно применять для нахождения массы и плотности насыщенного пара, если известно его давление, и наоборот. Следовательно, по известной плотности $\rho_н$ насыщенного пара молярной массой $M$ можно определить его давление:

$$p_н = \frac{\rho_н RT}{M}.$$

Если известна температура ненасыщенного пара и его точка росы, то с помощью таблицы 14 учебника можно определить абсолютную и относительную влажность.

### Алгоритм решения

- Установить по условию задачи, рассматривается в задаче только пар или его смесь с сухим воздухом.
- Выяснить, в скольких разных состояниях будет последовательно находиться пар; для каждого из состояний записать уравнение Клапейрона — Менделеева.
- Записать формулы для абсолютной и относительной влажности.
- Записать для смеси газа и пара или смеси паров закон Дальтона.
- Определить, используя таблицу 14, давление и плотность пара по заданной температуре для насыщенного пара.
- Решить полученную систему уравнений и найти искомые величины.

### Ответы к заданиям и решение задач

**Задание 1.** $h_{max} = 5,6$ км.

Яйцо в открытой кастрюле в горах можно сварить лишь тогда, когда температура кипения воды при заданных условиях не ниже температуры свертывания белка.

При подъеме в горы атмосферное давление и температура уменьшаются. Условие кипения жидкости

$$p_н = p(h),$$

где $p(h)$ — давление воздуха на данной высоте.

При температуре $t = 80$ °C давление насыщенных паров воды

$$p_н = p_0 - \Delta p,$$

где $\dfrac{\Delta p}{p_0} = 20\ \%$.

Следовательно, необходимо отыскать высоту, на которой атмосферное давление уменьшится до такого же значения.

Подставив данные, имеем

$$h_{max} = 5,6 \text{ км}.$$

**Задание 2.** $\Delta m = \dfrac{A}{L} = 0,65$ г.

При сжатии насыщенного водяного пара его излишек конденсируется под поршнем, образуя воду. Совершенная работа пойдет на конденсацию пара, следовательно,

$$A = L\Delta m,$$

откуда найдем массу сконденсировавшегося пара

$$\Delta m = \frac{A}{L} = 0{,}65 \text{ г.}$$

**Задание 3.** $x = 188$.

Плотность газа $\rho = \dfrac{pM}{RT}$.

Следовательно,

$$x = \frac{\rho_в M_в}{\rho_м M_м} = 188.$$

**Задание 4.** $\rho = \dfrac{m_1 + m_2}{V} = 1{,}1\ \dfrac{кг}{м^3}$.

Согласно закону Дальтона давление влажного воздуха складывается из парциальных давлений сухого воздуха и водяного пара:

$$p_0 = p_1 + p_2 = p_1 + \varphi p.$$

Из последнего равенства найдем давление сухого воздуха

$$p_1 = p_0 - \varphi p.$$

Плотность влажного воздуха

$$\rho = \frac{m_1 + m_2}{V},$$

где $m_1$ и $m_2$ — массы сухого воздуха и водяного пара соответственно.

Массы $m_1$ и $m_2$ найдем из уравнения Клапейрона — Менделеева:

$$m_1 = \frac{p_1 V M_1}{RT}, \quad m_2 = \frac{p_2 V M_2}{RT}.$$

Нормальное атмосферное давление соответствует $p_0 =$ $= 760$ мм рт. ст., откуда следует, что

$$1 \text{ мм рт. ст.} = 133 \text{ Па}.$$

Подставив численные данные, получим

$$\rho = \frac{m_1 + m_2}{V} = 1{,}1\ \frac{кг}{м^3}.$$

**Задание 5.** $h = 29$ мм.

Объем водяного пара найдем из уравнения Клапейрона — Менделеева:

$$V = \frac{m}{M}\frac{RT}{p}.$$

Иначе данный объем можно выразить как $V = Sh$, где $S$ — площадь поперечного сечения сосуда, $h$ — искомая минимальная высота, на которую нужно поднять поршень.

Приравнивая выражения для объема, получаем

$$h = \frac{m}{M}\frac{RT}{Sp}.$$

Подставляя численные значения, имеем $h = 29$ мм.

**Задание 6.** При организации «минифизбоя» в классе следует внимательно следить за регламентом действий.

В отличие от классической схемы в данном случае для экономии времени предлагается играть без рецензента. В таком случае схема действий может быть следующей.

Физбой проводится в три действия (в случае четырех команд — в четыре). В каждом действии команда выступает в одной из трех (четырех) ролей — докладчик, оппонент или рецензент (наблюдатель). В последующих действиях физбоя команды меняются ролями в соответствии со схемой (трехкомандный физбой).

| Действие | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| Команда 1 | д | р | о |
| Команда 2 | о | д | р |
| Команда 3 | р | о | д |

Установлен следующий регламент действий (в порядке следования):

- подготовка к докладу (1—2 мин);
- доклад (до 10 мин);
- вопросы оппонента к докладчику и ответы докладчика (до 5 мин);
- оппонирование (выступление оппонента) (до 5 мин);
- ответы докладчика на замечания оппонента (до 3 мин);
- дополнительные выступления (в случае необходимости) (до 5 мин).

**Докладчик** (один или несколько членов команды) излагает суть решения задачи, акцентируя внимание слушателей на основных физических идеях решения, методах его построения и полученных выводах. При этом желательно использовать заранее подготовленные рисунки, плакаты, слайды, фотографии, видеофильмы, компьютерные модели, а также демонстрировать опыты. В докладе должен быть четко дан ответ на вопрос, поставленный в условии задачи.

**Оппонент** (один или несколько членов команды) оценивает работу докладчика, отмечает сильные стороны доклада, высказывает критические замечания по докладу и задает докладчику вопросы, выявляющие возможные неточности и ошибки в понимании проблемы и методах ее решения. Выступление оппонента не должно сводиться к изложению собственного решения задачи.

При решении задачи следует выполнить как теоретическое, так и экспериментальное исследование рассматриваемого явления.

При нагревании в трубке вода закипает, и образуется струя пара, которая с некоторой скоростью вырывается наружу, образуя реактивную тягу.

При этом через другой конец трубки внутрь попадает новая порция воды, и процесс продолжается снова и снова.

Для экспериментального исследования рекомендуется построить несколько моделей лодок, используя трубки разного диаметра и из разных материалов. Возможно также использовать свечи различной «мощности».

Измерение средней скорости лодки можно провести традиционными лабораторными методами, засекая промежуток времени, за который она пройдет известное расстояние.

Параллельно с выполнением задания следует приготовить вопросы (при оппонировании) для дискуссии по данной теме, которые касаются основных моментов рассматриваемого явления. Например:

- Будет ли двигаться лодка, если один конец трубки закрыть?
- Влияет ли температура воды на скорость движения лодки?
- Чем ограничена максимальная скорость движения лодки?
- Существуют ли действующие аналоги данного теплового двигателя?
- Каким образом можно оценить КПД данного теплового двигателя?

## Занятие 10. Агрегатные состояния и фазовые превращения. Уравнение теплового баланса

### Повторение

Решение задач основано на применении закона сохранения энергии в форме уравнения теплового баланса. При решении подобных задач часто необходимо проводить промежуточные вычисления вследствие того, что конечное состояние системы определяется конкретными начальными значениями температур тел и их физическими свойствами. Если по условию задачи неясно, в каких фазах будут находиться тела, составляющие систему, после завершения теплообмена, то особое внимание необходимо обратить на возможность наличия агрегатных превращений. Надо сделать расчет и определить количество теплоты, необходимое для нагревания более холодных тел до температуры соответствующего фазового перехода, и количество теплоты, которое может выделиться при остывании более горячих тел до температуры фазового перехода или при самом переходе. Если количество необходимой теплоты больше количества выделяемой, то после теплопередачи будет только одна фаза вещества; если соотношение обратное, то при установившейся температуре будет две фазы при температуре фазового перехода.

### Алгоритм решения

- Установить по условию, у каких тел, участвующих в теплообмене, энергия увеличивается, а у каких уменьшается.
- Выяснить, возможны ли при теплообмене фазовые переходы; определить, в каких фазах будут находиться тела при установившейся температуре.
- Определить суммарное количество теплоты, отданное более горячими телами системы при их охлаждении и фазовых переходах, и суммарное количество теплоты, полученное более холодными телами при их нагревании и фазовых переходах.
- Составить уравнение теплового баланса и решить относительно искомой величины.

## Ответы к заданиям и решение задач

**Задание 1.** Практически одинаково, поскольку согласно табличным данным удельные теплоемкости серебра и алюминия различаются незначительно.

**Задание 2.** $V_1 = 80$ л; $V_2 = 120$ л.

Пусть для приготовления ванны нужна холодная вода массой $m_1$ при температуре $t_1$ и горячая вода массой $m_2$ при температуре $t_2$. Тогда температура смеси будет

$$t_3 = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2}{m_1 + m_2}.$$

С учетом того, что $m_1 + m_2 = m$, найдем

$$m_2 = \frac{mt_3 - mt_1}{t_2 - t_1} = 120 \text{ кг}.$$

При плотности воды $\rho = 1{,}00 \cdot 10^3 \ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ следует взять объем горячей воды $V_2 = 120$ л. Соответственно объем холодной воды $V_1 = 80$ л.

**Задание 3.** $t_3 = 89$ °C.

Вычислим количество теплоты $Q_1$ при конденсации пара. Затем учтем, что после конденсации пара образуется вода при температуре $t = 100$ °C. Далее применим стандартную методику расчета установившейся температуры, где масса горячей воды равна массе сконденсировавшегося пара:

$$t_3 = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2}{m_1 + m_2}.$$

При окончательном расчете имеем

$$t_3 = 89 \text{ °C}.$$

**Задание 4.** $T_{01} = 300$ К; $T = 420$ К; $c_1 = 250 \ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$. $T_{02} = 340$ К; $T = 420$ К; $c_2 = 500 \ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$.

По графику находим неизвестные величины. Начальные температуры соответствуют начальным точкам графика, а угловые коэффициенты прямых обратно пропорциональны удельным теплоемкостям веществ.

Таким образом, график 1 на рисунке в тетради соответствует телу с меньшей удельной теплоемкостью, а график 2 — с большей.

Расчеты дают

$$T_{01} = 300\ \text{К};\ T = 420\ \text{К};\ c_1 = 250\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.\ T_{02} = 340\ \text{К};$$

$$T = 420\ \text{К};\ c_2 = 500\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

**Задание 5.** $m_л = 420$ г; $m_п = 80$ г.

Предположим, что масса льда в сосуде изначально была $m_4$, а при прохождении пара через смесь сконденсировалась масса пара $m_3$.

Тогда окончательно в калориметре будет масса воды

$$m_2 = m + m_3 + m_4. \qquad (1)$$

При конденсации пара выделилось количество теплоты

$$Q_1 = Lm_3.$$

Эта теплота совместно с теплотой, выделившейся при остывании горячей воды,

$$Q_2 = cm_3(t_2 - t_3),$$

пошла на нагревание льда с калориметром до температуры плавления льда и его плавление, требующее количества теплоты

$$Q_3 = m_4\lambda + (c_л m_4 + c_k m)\Delta t_1.$$

Далее происходит нагревание холодной воды вместе с калориметром до конечной температуры:

$$Q_4 = (c_л m_4 + c_k m)\Delta t_2.$$

Согласно уравнению теплового баланса

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 + Q_4. \qquad (2)$$

При решении системы уравнений (1) и (2) имеем два уравнения с двумя неизвестными.

Метод подстановки после несколько громоздких вычислений приводит к окончательному ответу:

$$m_3 = 420\ \text{г};\ m_4 = 80\ \text{г}.$$

## Занятие 11. Определение удельной теплоты плавления льда (экспериментальное исследование)

Выполнение экспериментального исследования проводится в соответствии с инструкцией, данной в дидактических материалах для учащихся.

## Занятие 12. Тепловое расширение тел

### Повторение

Природу теплового расширения легко понять на основе молекулярно-кинетической теории строения вещества. Для этого воспользуемся графиком зависимости потенциальной энергии взаимодействия молекул от расстояния между ними (рис. 13).

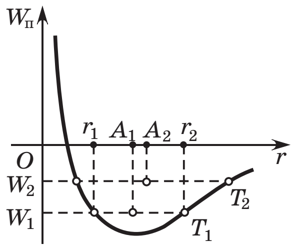



*Рис. 13*

На нем можно отметить крайние точки $r_1$ и $r_2$, до которых доходит колеблющаяся частица при данной температуре $T_1$. Состоянию равновесия частицы соответствует середина этого отрезка — точка $A_1$.

При увеличении температуры от $T_1$ до $T_2$ потенциальная энергия частицы увеличивается от $W_1$ до $W_2$ и соответственно возрастает расстояние между крайними положениями частицы. Вследствие того, что график асимметричен, середина нового отрезка перемещается из точки $A_1$ в точку $A_2$. Поэтому расстояние между частицами увеличивается, т. е. происходит тепловое расширение.

### Тепловое расширение тел

Как показывают эксперименты, большинство тел при нагревании расширяется, а при охлаждении — сжимается. Каждое вещество имеет свою, отличную от других, степень расширения или сжатия.

Увеличение любого из линейных размеров тела при нагревании называют ***линейным расширением***.

Как показывают эксперименты, для большинства твердых кристаллических тел их удлинение $\Delta l$ прямо пропорционально первоначальной длине $l_0$ и увеличению температуры $\Delta t$ по шкале Цельсия или $\Delta T$ по шкале Кельвина (рис. 14).

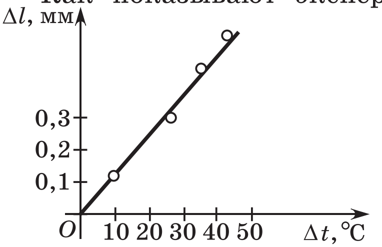



*Рис. 14*

Эту экспериментальную зависимость математически можно представить в виде формулы

$$\Delta l = \alpha l_0 \Delta t, \qquad (1)$$

где коэффициент пропорциональности $\alpha$ называется ***температурным коэффициентом линейного расширения***. В достаточно широких температурных пределах эта величина постоянна для данного материала. Чтобы определить физический смысл $\alpha$, выразим его из приведенного соотношения:

$$\alpha = \frac{\Delta l}{l_0 \Delta t} = \frac{l_t - l_0}{l_0(t - t_0)}, \qquad (2)$$

где $l_t$ — длина образца при температуре $t$.

Следовательно, температурный коэффициент линейного расширения $\alpha$ вещества численно равен удлинению образца единичной длины при температуре $t_0$, если его нагреть на $\Delta t = 1$ °C. Он имеет размерность $(°C)^{-1}$. В СИ его размерность — $K^{-1}$. Коэффициент $\alpha$ остается практически постоянным при изменении температуры образца в обычных условиях.

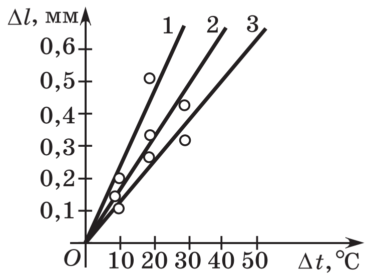


*Рис. 15*

Измерения показывают, что линейное расширение различных веществ неодинаково. На рисунке 15 показано тепловое расширение стержней из алюминия (1), меди (2), стали (3).

Например, коэффициент линейного расширения алюминия $\alpha = 25 \cdot 10^{-6}$ $°C^{-1}$ (табл. 3). Это означает, что длина метровой алюминиевой линейки увеличится на $\Delta l = 25$ мкм $= 0{,}025$ мм при ее нагревании на $\Delta t = 1{,}0$ °C.

*Таблица 3.* **Коэффициенты линейного расширения $\alpha$ (при $t_0 = 0$ °C)**

| Вещество | $\alpha \cdot 10^6$, $°C^{-1}$ |
|---|---|
| Свинец | 29 |
| Алюминий | 25 |
| Железо | 12 |
| Платина | 9 |
| Стекло | 9 |
| Инвар | 0,9 |
| Кварц | 0,5 |

С учетом того, что $\Delta l = l_t - l_0$, найдем формулу для определения линейного размера при температуре $t$ ($l_0$, как правило, берется при температуре $t_0 = 0$ °C):

$$l_t = l_0(1 + \alpha\Delta t) = l_0(1 + \alpha(t - t_0)). \qquad (3)$$

Заметим, что при тепловом расширении вместе с увеличением линейных размеров тела увеличивается также и его объем.

Измерения показывают, что при нагревании для большинства веществ увеличение их объема $\Delta V$ прямо пропорционально первоначальному объему $V_0$ и изменению температуры $\Delta t$, а также зависит от рода вещества. Поэтому изменение объема определяется выражением, аналогичным линейному расширению:

$$\Delta V = \gamma V_0 \Delta t. \qquad (4)$$

Здесь коэффициент пропорциональности $\gamma$ называется ***температурным коэффициентом объемного расширения*** (табл. 4). В СИ его единицей также является $K^{-1}$. Выразим $\gamma$ из формулы (4):

$$\gamma = \frac{\Delta V}{V_0 \Delta t} = \frac{V_t - V_0}{V_0(t - t_0)}. \qquad (5)$$

Установим его физический смысл: коэффициент объемного расширения численно равен увеличению объема тела при нагревании его на 1 °C, если при температуре $t_0$ его объем был равен единице.

Объем тела при температуре $t$ находится по формуле, аналогичной формуле для определения линейного размера:

$$V_t = V_0(1 + \gamma\Delta t) = V_0(1 + \gamma(t - t_0)). \qquad (6)$$

Установим связь между коэффициентами объемного и линейного расширений. Будем считать, что при температуре $t_0$ тело имело вид кубика, ребро которого равно единице длины. После нагревания на 1 °C каждое ребро кубика удлинится на величину, численно равную коэффициенту линейного расширения, а объем увеличится на величину, численно равную коэффициенту объемного расширения. Математически это выражается следующим образом:

$$V_0\left(1 + \gamma\left(t - t_0\right)\right) = l^3 = (l_0(1 + \alpha(t - t_0)))^3 =$$

$$= l_0^3\left(1 + \alpha\left(t - t_0\right)\right)^3 = V_0\left(1 + \alpha\left(t - t_0\right)\right)^3;$$

$$1 + \gamma\Delta t = (1 + \alpha\Delta t)^3 = 1 + 3\alpha\Delta t + 3(\alpha\Delta t)^2 + (\alpha\Delta t)^3. \qquad (7)$$

Вследствие того, что коэффициент $\alpha$ очень мал, слагаемые $3(\alpha\Delta t)^2$ и $(\alpha\Delta t)^3$ ничтожно малы по сравнению со слагаемым

$3\alpha\Delta t$ при обычных изменениях температуры. Пренебрегая ими, можно считать, что

$$\gamma \approx 3\alpha. \quad (8)$$

Таким образом, коэффициент объемного расширения поликристаллического вещества в твердом состоянии равен утроенному коэффициенту его линейного расширения.

*Таблица 4.* **Коэффициенты объемного расширения** $\gamma$ **(при** $t_0 = 0$ **°С)**

| Вещество | $\gamma \cdot 10^6$, °С$^{-1}$ |
|---|---|
| Воздух | 3400 |
| Этиловый спирт | 1100 |
| Бензин | 950 |
| Вода | 210 |
| Ртуть | 180 |
| Свинец | 87 |
| Алюминий | 75 |
| Бетон | 36 |
| Железо | 35 |

Явление теплового расширения положено в основу работы различных термометров, где в качестве термометрической величины выступает длина «столбика» их жидкости, газа или твердого тела.

В высокоточных измерительных приборах тепловое расширение деталей должно быть минимальным, для чего используются вещества с очень малыми коэффициентами расширения. К ним относятся кварц и инвар (сплав стали с никелем). Поэтому инвар используют для изготовления стержней часовых механизмов, а кварц — для термостойкой посуды.

Явление теплового расширения необходимо учитывать при прокладке теплотрасс, укладке рельсов и строительстве мостов, конструировании зданий и т. д. В противном случае возможны нежелательные последствия.

## Ответы к заданиям и решение задач

**Задание 1.** При неравномерном нагревании из-за теплового расширения в твердом теле возникают значительные механические деформации. Вследствие этого возникают механические напряжения, которые могут привести к разрушению образца (например, стеклянного стакана).

**Задание 2.** $l_{01} = \dfrac{\alpha_1}{\alpha_1 - \alpha_2} l = 1{,}9l;\ l_{02} = 2{,}9l.$

При тепловом расширении длина медной и железной линеек по-разному изменяется в зависимости от температуры, поскольку коэффициенты теплового расширения ($\alpha_1$ и $\alpha_2$) у них разные:

$$l_t = l_0(1 + \alpha_i \Delta t) = l_0(1 + \alpha_i(t - t_0)).$$

Записывая выражение для разности их длин, найдем

$$l_{01} = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 - \alpha_2} l = 1{,}9l;\ l_{02} = 2{,}9l.$$

**Задание 3.** При нагревании расстояние $AB$ увеличится, так как длина полоски вырастет и радиус кольца также увеличится.

**Задание 4.** $t = \dfrac{\Delta h}{\beta(h - \Delta h)} = 34\ ^\circ\text{C}.$

При повышении температуры объем нефти в цистерне будет увеличиваться, что приведет к повышению ее уровня.

В начальном состоянии $V_0 = S(h - \Delta h)$, а в конечном $V_0 + \Delta V = Sh$.

Из сравнения полученных формул следует, что $\Delta V = S\Delta h$.

Согласно закону теплового расширения изменение объема можно выразить как

$$\Delta V = \gamma V_0 \Delta t = \gamma S(h - \Delta h)\Delta t.$$

Приравнивая выражения для изменения объема, получаем окончательный ответ:

$$t = \frac{\Delta h}{\beta(h - \Delta h)} = 34\ ^\circ\text{C}.$$

**Задание 5.** $T_2 = \dfrac{5}{4} T_1 = 366\ \text{К} = 93\ ^\circ\text{C}.$

Пусть начальная температура воздуха в сосуде $T_1 = 20\ ^\circ\text{C} = 293$ К, а конечная температура — $T_2$.

Будем считать, что объем колбы при нагревании не изменяется, тогда процесс можно считать изохорным ($V = \text{const}$).

Поскольку один конец трубки открыт в атмосферу, то давление воздуха в колбе всегда равно атмосферному: $p_1 = p_2 = p_0$.

При остывании сосуда давление газа начнет падать, и вода займет объем $\Delta V = \frac{1}{5}V$. Поскольку масса газа при остывании не изменяется, то процесс можно считать изобарным.

Согласно закону изобарного процесса

$$\frac{V}{T_2} = \frac{V - \Delta V}{T_1}.$$

Из последнего уравнения найдем

$$T_2 = \frac{5}{4}T_1 = 366\ \text{К} = 93\ °\text{C}.$$

## Занятие 13. Вода и ее свойства (конференция)

### Повторение

Занятие проводится в виде научно-практической конференции, где учащиеся выступают с докладами по темам (может быть добавлено или изменено учителем):

«Вода — самое распространенное вещество на планете Земля»;

«Физические константы воды (удельная теплота, температура плавления, температура кипения, удельная теплота парообразования)»;

«Влияние воды на жизнь человека на различных континентах»;

«Требования к очистке воды в современных условиях»;

«Круговорот воды в природе: физический механизм и закономерности».

## Занятие 14. Теплоемкость газа

### Повторение

Согласно определению теплоемкость

$$C = \frac{Q}{\Delta T}.$$

Поскольку теплоемкость зависит от вида процесса, то для ее определения необходимо знать параметры процесса.

**Изотермический процесс** ($T$ = const)

Так как при неизменной температуре ($\Delta T = 0$) внутренняя энергия газа $U$ не изменяется ($\Delta U = 0$), то $Q = A$.

Таким образом, *при изотермическом процессе все сообщенное газу количество теплоты расходуется на совершение работы*. Отсюда следует, что если $Q > 0$, то $A > 0$, т. е. газ совершает положительную работу, когда ему сообщают некоторое количество теплоты. И наоборот, если $Q < 0$, то и $A < 0$, т. е. над газом совершается работа. Это означает, что процесс охлаждения газа должен сопровождаться совершением работы над ним. Теплоемкость газа при изотермическом процессе обозначается $C_T$.

Поскольку независимо от количества теплоты, сообщенного системе, при изотермическом процессе ее температура неизменна, следовательно, $\Delta T = 0$. Тогда из определения теплоемкости $C = \dfrac{Q}{\Delta T}$ можно условно считать, что $C_T = \infty$.

**Изохорный процесс** ($V$ = const)

Если объем газа не изменяется ($\Delta V = 0$), то никакой механической работы ни над газом, ни самим газом не совершается, поскольку поршень, закрывающий газ в сосуде, неподвижен ($A = A' = 0$). Следовательно, $C_V > 0$, $Q = \Delta U$.

Таким образом, *при изохорном процессе все сообщенное количество теплоты расходуется на изменение внутренней энергии.*

**Изобарный процесс** ($p$ = const)

При изобарном процессе ($C_p > 0$) будет иметь место и нагревание (охлаждение) газа, и совершение им (над ним) работы. Согласно первому началу термодинамики

$$Q = \Delta U + A,$$

т. е. *при изобарном процессе количество теплоты, сообщенное системе, расходуется на изменение внутренней энергии и на совершение работы.*

**Адиабатный процесс** ($Q = 0$)

В применении к адиабатным процессам первое начало термодинамики принимает вид $A = -\Delta U$. В соответствии с этим равенством при совершении газом работы в ходе адиабатного расширения ($A > 0$) его внутренняя энергия должна убывать ($\Delta U < 0$), что соответствует понижению температуры

($\Delta T < 0$). И наоборот, при адиабатном сжатии за счет совершения работы внешними силами ($\Delta A' > 0$) внутренняя энергия газа увеличивается ($\Delta U > 0$), значит, газ нагревается ($\Delta T > 0$).

Таким образом, по определению теплоемкости адиабатному процессу соответствует теплоемкость, равная нулю ($C_Q = 0$).

## Ответы к заданиям и решение задач

**Задание 1.** При сжатии топлива в дизельном двигателе его температура повышается вследствие того, что внешние силы совершают положительную работу. В конце такта сжатия температура газовой смеси превышает температуру ее воспламенения, что позволяет ей самовоспламениться.

**Задание 2.** Поскольку при изотермическом процессе отсутствует изменение температуры ($\Delta T = 0$), то согласно определению теплоемкости $C = \dfrac{Q}{\Delta T}$ можно считать, что она в данном случае принимает бесконечно большое значение.

При адиабатном процессе отсутствует теплообмен между средой и рабочим телом ($\Delta Q = 0$), следовательно, теплоемкость газа принимает нулевое значение.

**Задание 3.** $\Delta U = 0$; $A = 0{,}40$ МДж.

Давление газа в комнате до и после нагревания равно внешнему атмосферному давлению, поскольку комната не изолирована: $p_1 = p_2 = p_0$.

Объем комнаты также не изменяется, следовательно, по закону Клапейрона — Менделеева

$$p_1V = p_0V = \frac{m_1}{M}RT_1, \ \ p_2V = p_0V = \frac{m_2}{M}RT_2,$$

где $m_1$ и $m_2$ — массы газа в комнате в первом и втором состояниях соответственно.

Из сравнения уравнений имеем

$$m_1T_1 = m_2T_2. \qquad (1)$$

Таким образом, при увеличении температуры в комнате часть воздуха выйдет за ее пределы ($m_1 > m_2$), следовательно, в данном процессе масса газа (количество вещества) не остается постоянной.

Внутренняя энергия газа в комнате в начальном состоянии

$$U_1 = \frac{3}{2}\frac{m_1}{M}RT_1,$$

в конечном

$$U_2 = \frac{3}{2}\frac{m_1}{M}RT_2.$$

Согласно равенству (1) можем записать

$$U_1 = U_2.$$

Таким образом, при протапливании комнаты внутренняя энергия газа в ней не изменяется, хотя температура газа при этом повышается. Следовательно,

$$\Delta U = 0.$$

Работа газа при расширении

$$A = p_0\Delta V = p_0(V_2 - V_1) = p_0V_2 - p_0V_1 = \frac{m}{M}R(T_2 - T_1).$$

Поскольку давление газа не изменяется, то

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad \Rightarrow \quad V_2 = \frac{T_2}{T_1}V_1.$$

С учетом двух последних равенств получим

$$A = p_0(V_2 - V_1) = p_0V_1\left(\frac{T_2 - T_1}{T_1}\right) = 4{,}0 \cdot 10^5 \text{ Дж} = 0{,}40 \text{ МДж}.$$

**Задание 4.** При медленном сжатии система успевает прийти в состояние термодинамического равновесия, что соответствует изотермическому процессу. При быстром сжатии можно считать, что процесс происходит адиабатически, что изменяет его график, поскольку адиабата идет круче изотермы (рис. 16).

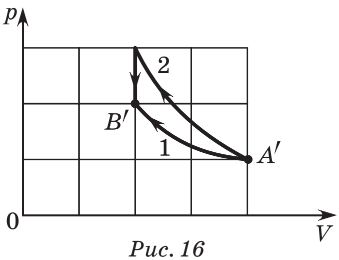


*Рис. 16*

**Задание 5.** При постоянном давлении подводимая к газу теплота идет на совершение работы и изменение внутренней энергии газа:

$$Q = \Delta U + p\Delta V.$$

Согласно уравнению Клапейрона — Менделеева можем записать:

$$p\Delta V = p(V_2 - V_1) = pV_2 - pV_1 = \frac{m}{M}RT_2 - \frac{m}{M}RT_1 =$$
$$= \frac{m}{M}R(T_2 - T_1) = \frac{m}{M}R\Delta T.$$

С учетом того, что для идеального одноатомного газа

$$\Delta U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}R\Delta T,$$

получим

$$Q = \Delta U + p\Delta V = \frac{3}{2}\frac{m}{M}R\Delta T + \frac{m}{M}R\Delta T = \frac{5}{2}\frac{m}{M}R\Delta T = \frac{5}{2}\nu R\Delta T.$$

Соответственно для молярной теплоемкости идеального одноатомного газа при изобарном процессе имеем

$$C_p = \frac{Q}{\Delta T\nu} = \frac{5}{2}R.$$

## Занятие 15. Второе начало термодинамики. Тепловые двигатели

### Повторение

Если механическую энергию можно полностью превратить в тепловую, то полное превращение тепловой энергии в механическую без каких-либо изменений в окружающих телах **невозможно.** Это утверждение называется **вторым законом термодинамики.**

Повторить понятие обратимости и необратимости. Обратимыми оказываются все механические и электрические явления, типичным необратимым — *теплообмен между двумя телами при конечной разности температур*. Вспомните формулировку Клаузиуса второго закона термодинамики: **невозможен самопроизвольный переход теплоты от менее нагретых тел к телам более нагретым.** Передать теплоту от холодного к более теплому телу можно посредством двух преобразований — сначала преобразовать теплоту в работу, затем работу в теплоту, однако полное преобразование теплоты в работу невозможно.

Любая тепловая машина действует циклически, т. е. в ней процессы передачи теплоты и преобразования в работу периодически повторяются. Для этого необходимо, чтобы рабочее тело, совершающее работу, после получения теплоты от нагревателя при температуре $T_1$ вернулось в исходное состояние. Но для того чтобы суммарная работа за цикл оказалась положительной, тело должно вернуться в исходное состояние по более низкой кривой, которой соответствует более низкая температура. Поэтому рабочее тело перед возвратом в исходное состояние должно быть охлаждено.

## Алгоритм решения

- Изобразить данный цикл в $p$—$V$-координатах, если циклический процесс задан графически в $p$—$T$- или $V$—$T$-координатах.
- Определить работу, совершаемую рабочим телом, и полученное или отданное количество теплоты для всех процессов, приведенных в задаче.
- Определить работу за цикл как площадь фигуры, ограниченную циклом. Она положительна, если состояние рабочего тела изменяется в цикле по часовой стрелке; если против часовой стрелки — отрицательна.
- Вычислить количество теплоты, полученной рабочим телом за цикл от нагревателя, которая равна сумме количеств теплоты на участках цикла, где теплота положительна.
- Вычислить количество теплоты, отданной холодильнику, которая равна сумме количеств теплоты, где теплота отрицательна.
- Определить КПД цикла.

## Ответы к заданиям и решение задач

**Задание 3.** $\eta = 31{,}03\ \%$.

Согласно определению КПД теплового двигателя

$$\eta = \frac{A}{Q_1}.$$

Подставляя численные данные, имеем $\eta = 0{,}3103 = 31{,}03\ \%$.

**Задание 4.** $l = 55$ км.

При сгорании бензина массой $m = \rho V$ образуется количество теплоты

$$Q = q \cdot \rho V.$$

Согласно определению КПД на полезную работу при этом расходуется энергия

$$Q_1 = \eta q \cdot \rho V.$$

Эта же энергия может быть найдена как работа двигателя лодочного мотора:

$$Q_1 = P \cdot t = P\frac{l}{t}.$$

Приравнивая полученные выражения для полезной работы, найдем

$$l = \frac{\eta q \cdot \rho V}{P} v = 55 \text{ км}.$$

При окончательном расчете следует перевести все расчетные величины в СИ (1 л. с. = 736 Вт, 30 км/ч = 8,3 м/с): $l = 55$ км.

**Задание 5.** $P = \frac{F \cdot v}{\eta} = 22$ МВт, $\Delta m = 1{,}7$ т.

Полезная мощность двигателя реактивного самолета может быть найдена, с одной стороны, как

$$P_n = F \cdot v,$$

а с другой — как

$$P_n = \eta \cdot P,$$

где $P$ — развиваемая (полная) мощность двигателя самолета.

Из записанных формул получаем

$$P = \frac{F \cdot v}{\eta} = 22 \text{ МВт}.$$

Поскольку полная мощность определяется количеством керосина, сжигаемым в единицу времени, то

$$\Delta m = \frac{P \cdot t}{q} = \frac{F \cdot v \cdot t}{\eta \cdot q} = 1{,}7 \cdot 10^3 \text{ кг} = 1{,}7 \text{ т},$$

где $q$ — удельная теплота сгорания керосина.

**Задание 6.** $\eta = \frac{2}{13} = 15\ \%$.

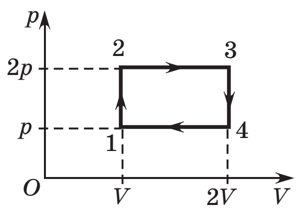


*Рис. 17*

Анализируя график (рис. 17), прежде всего следует установить, что нагреватель подключается на участке

1—2—3 цикла, а холодильник соответственно — на участке 3—4—1.

Работа, совершенная двигателем за один цикл, равна площади прямоугольника 1—2—3—4 на графике:

$$A = (2p - p)(2V - V) = pV. \qquad (1)$$

Согласно первому началу термодинамики количество теплоты $Q_1$, полученное рабочим телом от нагревателя на участке 1—2—3 цикла, найдем как сумму изменения внутренней энергии газа $\Delta U_{1-3}$ на этом участке и работы газа $p\Delta V_{2-3}$ на участке 2—3 цикла:

$$Q_1 = \Delta U_{1-3} + p\Delta V_{2-3}. \qquad (2)$$

С учетом выражения для внутренней энергии одноатомного идеального газа найдем

$$\Delta U_{1-3} = \frac{3}{2}\nu R\Delta T_{1-3} = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1).$$

Из уравнения Клапейрона — Менделеева для состояний 1 и 3 газа имеем

$$pV = \nu RT_1;\ 2P2V = \nu RT_3.$$

С учетом последних равенств получим

$$\Delta U_{1-3} = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1) = \frac{3}{2}(4pV - pV) = \frac{9}{2}pV.$$

Для вычисления работы газа $p\Delta V_{2-3}$ найдем площадь под графиком на участке 2—3 процесса (площадь находится до оси абсцисс):

$$p\Delta V_{2-3} = 2p(V_3 - V_2) = 2p2V - 2pV = 2pV.$$

Подставляя полученные выражения для $\Delta U_{1-3}$ и $p\Delta V_{2-3}$ в (2), найдем

$$Q_1 = \Delta\frac{9}{2}pV + 2pV = \frac{13}{2}pV.$$

Согласно определению КПД теплового двигателя

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{pV}{13pV/2} = \frac{2}{13}.$$

Подставив числовые данные, имеем

$$\eta = \frac{2}{13} = 15\ \%.$$

## Занятие 16. Тепловые двигатели (конференция)

После проведения конференции предложите учащимся самостоятельно заполнить таблицу.

| Вопросы | Турбина (паровая или газовая) | Двигатель внутреннего сгорания | Реактивный двигатель |
|---|---|---|---|
| КПД | | | |
| Достоинства | | | |
| Недостатки | | | |
| Применение | | | |
| Перспективы | | | |

## Занятие 17. Теоремы Карно

### Повторение

Французский инженер Сади Карно, живший в XIX в., исследовал основные закономерности работы тепловых двигателей. Изучая обратимые циклические процессы, он сформулировал в 1824 г. в две теоремы.

**Первая теорема Карно:** коэффициент полезного действия $\eta_к$ теплового двигателя, работающего по циклу Карно, не зависит от свойств рабочего тела и конструкции двигателя, а определяется только температурами нагревателя $T_1$ и холодильника $T_2$:

$$\eta_к = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

**Вторая теорема Карно:** из всех циклических процессов в термодинамике, идущих при данных минимальной и максимальной температурах, наибольшим коэффициентом полезного действия обладает цикл Карно ($\eta_к \geq \eta$).

## Ответы к заданиям и решение задач

**Задание 2.** $\eta_к = 24\ \%$.

Максимальный КПД теплового двигателя, работающего по циклу Карно, найдем по формуле

$$\eta_к = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1},$$

где соответствующие температуры должны быть переведены в шкалу Кельвина.

Расчет дает

$$\eta_к = 24\ \%.$$

**Задание 3.** Понижение температуры холодильника.

Поскольку КПД теплового двигателя, работающего по циклу Карно, вычисляется по формуле

$$\eta_к = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1},$$

то больший эффект даст уменьшение числителя дроби, т. е. температуры холодильника.

Поясним на примере. Пусть температура нагревателя равна температуре кипения воды ($T_1 = 373$ К), а температура холодильника равна температуре таяния льда ($T_1 = 273$ К). Тогда КПД такого двигателя

$$\eta_1 = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 27\ \%.$$

При понижении температуры холодильника на $\Delta T = 20$ К КПД системы примет значение

$$\eta_2 = 1 - \frac{T_2 - \Delta T}{T_1} = 32\ \%.$$

Соответственно при повышении температуры нагревателя имеем

$$\eta_3 = 1 - \frac{T_2}{T_1 + \Delta T} = 31\ \%.$$

Таким образом, больший эффект для увеличения КПД (при прочих равных условиях) дает уменьшение температуры холодильника.

**Задание 4.** $T_3 = 719$ °C.

Для первого случая можем записать:

$$\eta_1 = 1 - \frac{T_2}{T_1},$$

где $T_1$ — температура нагревателя, $T_2$ — температура холодильника.

Соответственно для второго случая получим

$$\eta_2 = 1 - \frac{T_2}{T_3},$$

где $T_3$ — температура нагревателя во втором случае.

Выражая температуру холодильника из первого равенства и подставляя ее во второе, получим

$$T_3 = \frac{T_1(1 - \eta_1)}{1 - \eta_2} = 719\ ^\circ\text{C}.$$

**Задание 5.** $\eta_к = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 6{,}7\ \%$.

В настоящее время наблюдается значительный рост потребления нефти и нефтепродуктов на планете. Согласно различным оценкам при существующих темпах потребления нефти и нефтепродуктов их запасы на планете будут исчерпаны в течение 100—150 лет.

Подобная ситуация заставляет инженеров и конструкторов искать альтернативные источники энергии, которые могли бы заменить традиционные нефтепродукты.

Реализация двигателя на океанических течениях была бы оправданна по причине его значительной выходной мощности и огромного запаса энергии, который таят в себе океанические течения.

КПД подобного двигателя найдем по формуле

$$\eta_к = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 6{,}7\ \%.$$

Даже при невысоком значении КПД подобного двигателя можно надеяться на его реализацию, так как запасы энергии океанических течений практически неисчерпаемы.

Наблюдаемые тенденции в развитии мировой энергетики направляют внимание инженеров и конструкторов на все альтернативные источники энергии.

## Занятие 18. Холодильник, кондиционер, тепловой насос

### Повторение

В зависимости от назначения и особенностей работы тепловые машины, работающие по обратному циклу, условно разделяют на **холодильники, кондиционеры** и **тепловые насосы.**

Характеристикой эффективности работы тепловой машины по обратному циклу является отношение количества теплоты $Q_2$, забранного у холодильника, к совершенной при этом работе $A$. Это отношение называется **показателем эффективности** $k$:

$$k = \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}.$$

Как следует из теорем Карно, для идеальной тепловой машины, работающей по обратному циклу Карно, показатель эффективности определяется по формуле

$$k = \frac{Q_2}{A} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}.$$

Холодильник служит для охлаждения различных объектов и поддержания низкой температуры в камере независимо от внешних условий.

Кондиционер служит для поддержания комфортных условий (температуры, влажности воздуха) в помещении в жаркую погоду. При этом теплота забирается у воздуха во всем помещении и отводится наружу.

Тепловой насос предназначен для обогревания некоторого объема за счет теплоты и представляет собой машину Карно, работающую в обратном направлении.

В случае теплового насоса полезным является количество теплоты $Q_1$, переданное телу с более высокой температурой за счет совершенной работы $A$, так что в этом случае показателем эффективности его работы считается величина

$$k = \frac{Q_1}{A} = \frac{Q_1}{Q_1 - Q_2}.$$

### Ответы к заданиям и решение задач

**Задание 2.** $A = 74$ Дж.

Хотя холодильная машина работает и по обратному циклу, но в этом случае остается справедливым закон сохранения энергии. Таким образом, для данного случая можем записать:

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{A}{Q_1} = \frac{A}{A + Q_2},$$

где $Q_2$ — количество теплоты, которое забрали у гелия.

Подставляя численные данные, получаем

$$A = 74 \text{ Дж}.$$

**Задание 3.** $T_2 = \frac{Q_2}{Q_1} T_1 = 2{,}0 \cdot 10^2$ К.

Поскольку холодильная установка идеальная, то она работает по обратному циклу Карно. В таком случае справедливо равенство

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2},$$

из которого найдем

$$T_2 = \frac{Q_2}{Q_1} T_1 = 2{,}0 \cdot 10^2 \text{ К}.$$

**Задание 4.** $A = 5{,}8$ Дж.

Минимальная работа будет совершена в том случае, если тепловой насос будет работать по обратному циклу Карно (как идеальная тепловая машина). Тепловой насос работает по обратному циклу, но в этом случае остаются справедливыми соотношения для КПД идеальной тепловой машины. Таким образом, для данного случая можем записать:

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{A}{Q_1},$$

где $Q_1$ — количество теплоты, переданное внутрь дома.

Из последнего равенства получаем

$$A = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) Q_1.$$

Подставляя численные данные, получаем

$$A = 5{,}8 \text{ Дж}.$$

**Задание 5.** $A = 31$ кДж, $t = 26$ мин.

Для охлаждения воды до температуры замерзания, ее кристаллизации и охлаждения полученного льда до указанной температуры необходимо отвести от системы количество теплоты

$$Q_2 = m(c_1 \Delta t_1 + \lambda + c_2 \Delta t_2) m_4 = 189 \text{ кДж}.$$

Поскольку холодильник работает по циклу Карно, можем записать:

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2 + A}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} \Rightarrow A = \frac{T_1 - T_2}{T_2} Q_2 = 31 \text{ кДж.}$$

При мощности компрессора на выходе (полезной) для этого потребуется время

$$t = \frac{A}{P} = 1550 \text{ с} = 26 \text{ мин.}$$

## Занятие 19. Электрический заряд и электрическое поле

### Повторение

**Электрический заряд** является одним из фундаментальных понятий электродинамики. Наличие у тела заряда означает, что оно способно к электромагнитным взаимодействиям. Таким образом, понятия заряда и электромагнитного поля взаимосвязаны.

Для неподвижных зарядов взаимодействие происходит по закону Кулона. Этот закон — один из важнейших законов, используемых при получении основных уравнений электродинамики. Он представляет собой фундаментальный закон природы. Кроме того, на его основе могут быть установлены единицы измерения ряда электрических величин.

Для движущихся зарядов электромагнитное взаимодействие включает как электрическое, так и магнитное взаимодействие.

**Основные свойства электрических зарядов**

Заряд дискретен. Существует наименьший заряд — элементарный.

Заряд инвариантен. Он не зависит от выбора системы отсчета.

Закон сохранения заряда — один из важнейших законов современной физики.

Понятие ***электрического поля*** вводят при изучении электростатических явлений и связывают с покоящимися зарядами. Согласно идеям Фарадея вокруг каждого электрического заряда существует электрическое поле. Поле одного заряда действует на другой заряд, и наоборот. Изменяется поле заряда — изменяется и его действие. Электростатическое поле и заряд всегда существуют вместе, и дать определение электрического поля так же трудно, как дать определение заряда. Но поле можно обнаружить по его проявлениям, исследуя которые можно указать соответствующие характеристики поля.

Электрическое поле представляет собой объективную реальность, особую форму существования материи, обладающую определенными физическими свойствами. При наличии в электрическом поле электрических зарядов оно действует на них с некоторой силой.

Соответственно силовой характеристикой электрического поля является вектор **напряженности электрического поля**.

Пусть в данной точке пространства электрическое поле действует на пробный заряд $q$ с силой $\vec{F}$. Как показывает опыт, для данной точки пространства отношение

$$\frac{F}{q} = \text{const}$$

остается постоянным при различных пробных зарядах.

Следовательно, в качестве напряженности электрического поля в данной точке пространства можно рассматривать величину

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}.$$

Введение напряженности электрического поля позволяет определить силу, с которой поле действует на помещенный в него заряд $q$:

$$\vec{F} = q\vec{E}.$$

Пробный заряд принято выбирать положительным и настолько малым, чтобы он своим полем не вызывал перераспределения заряда на теле, поле которого исследуется.

### Ответы к заданиям и решение задач

**Задание 1.** Могут, если тела не являются точечными зарядами. Вследствие явления электростатической индукции на теле могут образоваться заряды различных знаков, находящиеся на разных расстояниях от внешнего заряда. Это приведет к возникновению силы притяжения между индуцированными зарядами и внешним зарядом.

**Задание 2.** $F = 5{,}8 \cdot 10^{-27}$ Н.

Подставляя данные условия в основной закон электростатики (закон Кулона), получаем

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} = 5{,}8 \cdot 10^{-27} \text{ Н}.$$

**Задание 3.** $r = 1{,}8$ см.

При поднесении заряда нить разорвется в момент, когда сила Кулона и сила тяжести (в сумме) достигнут значения максимальной силы натяжения. Следовательно, в этом случае имеем

$$T = mg + F_{\text{к}}.$$

Учитывая выражение для силы Кулона

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

и подставляя численные данные, получим

$$r = 1{,}8 \text{ см}.$$

**Задание 4.** Увеличится в $\eta = \dfrac{F_2}{F_1} = \dfrac{(q_1 + q_2)^2}{4q_1 q_2}$ раз.

Согласно закону сохранения заряда при соприкосновении одинаковых шаров суммарный заряд системы $(q_1 + q_2)$ разделится пополам между ними. Следовательно, заряд каждого шара будет

$$q' = \frac{(q_1 + q_2)}{2}.$$

Сила взаимодействия в этом случае

$$F = k\frac{q' \cdot q'}{r^2} q' = k\frac{(q_1 + q_2)^2}{4r^2}.$$

Таким образом, отношение новой силы отталкивания между зарядами к ее начальному значению

$$\eta = \frac{F_1}{F_2} = \frac{4q_1 q_2}{(q_1 + q_2)^2}.$$

Следовательно, сила взаимодействия увеличится в

$$\eta = \frac{F_2}{F_1} = \frac{(q_1 + q_2)^2}{4q_1 q_2} \text{ раз}.$$

**Задание 5.** $q_2 = 50$ нКл.

При поднесении заряда $q_2$ сбоку горизонтально направленная сила Кулона вызовет отклонение нити от вертикали. В установившемся положении сумма сил ($m\vec{g}$, $\vec{F}_к$, $\vec{F}_н$), действующих на заряд, будет равна нулю:

$$m\vec{g} + \vec{F}_к + \vec{F}_н = \vec{0}.$$

В проекциях на горизонтальную и вертикальную оси получим

$$mg = F_н\cos\alpha;\ F_к = F_н\sin\alpha.$$

Отсюда

$$q_2 = \frac{4\pi\varepsilon_0 r^2 mg\,\mathrm{tg}\,\alpha}{q_1} = 50 \text{ нКл}.$$

## Занятие 20. Силовая и энергетическая характеристики поля

### Повторение

Для электростатического поля введены две характеристики: напряженность и потенциал. **Напряженность** характеризует силу, действующую на единичный положительный заряд, помещенный в данную точку поля. **Разность потенциалов** определяет работу, совершаемую при перемещении единичного положительного заряда между двумя точками.

Необходимо отметить аналогию силовых полей — гравитационного и электростатического, поскольку оба поля потенциальны.

В каждой точке поля на тело действует сила гравитации Земли. Эта сила совершает работу, перемещая тело в пространстве. Тело обладает потенциальной энергией. Работа в поле силы тяжести не зависит от формы траектории тела и определяется лишь его начальным и конечным положениями:

$$A = -\Delta W_п = W_1 - W_2.$$

Аналогичная картина наблюдается при перемещении заряда в электростатическом поле. В каждой точке этого поля заряд испытывает действие силы Кулона и обладает потенциальной энергией. Свободный заряд под действием этой силы перемещается из точки *1* в точку *2*, и силы потенциального поля совершают при этом работу $A$, т. е. электростатическое поле обладает энергией.

Для получения общей энергетической характеристики электростатического поля, не зависящей от модуля пробного заряда, рассматривают работу, совершаемую силами электростатического поля над произвольным зарядом, вычисляют работу поля при перемещении единичного положительного заряда:

$$\frac{A}{q} = \frac{W_1}{q} - \frac{W_2}{q} = U,$$

где $U = \varphi_1 - \varphi_2$.

Отношение $\dfrac{W}{q}$ представляет собой потенциальную энергию единичного положительного заряда в данной точке электростатического поля. Его называют **потенциалом электростатического поля** $\varphi$.

Подчеркнем, что потенциалы, как и потенциальная энергия, определяются с точностью до произвольной постоянной. Действительно, добавление некоторой константы к значению потенциальной энергии не изменит выражения для работы, совершаемой потенциальными силами, поскольку она равна разности потенциальных энергий в начальном и конечном состояниях. В таком контексте говорят, что физический смысл имеет не понятие потенциала, а понятие «разность потенциалов» (напряжения), определяющее работу поля.

Заметим, что работа сил электростатического поля не зависит от траектории между двумя точками, и при перемещении заряда в однородном поле вдоль отрезка прямой, соединяющего эти точки,

$$A = F_d \Delta d,$$

следовательно,

$$U = \frac{A}{q} = \frac{F_d}{q}\Delta d = E_d \Delta d,$$

где $E_d$ — проекция напряженности электростатического поля на направление $\Delta \vec{d}$.

Следовательно, в однородном электростатическом поле

$$U = Ed, \text{ или } E = \frac{U}{d} = -\frac{\Delta\varphi}{d}.$$

## Ответы к заданиям и решение задач

**Задание 1.** $E = 4{,}0\frac{\text{кВ}}{\text{м}}$; $F_1 = 4{,}0$ мН.

Учитывая выражение для напряженности электростатического поля точечного заряда

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2},$$

подставляя численные данные, получим

$$E = 4{,}0 \cdot 10^3\ \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Сила, с которой поле будет действовать на электрический заряд $q_1 = 1{,}0$ мкКл, помещенный в данную точку,

$$F = q_1E = 4{,}0 \cdot 10^{-3}\ \text{Н}.$$

Данная сила будет направлена вдоль прямой, соединяющей заряды, и будет являться силой отталкивания.

**Задание 2.** Если потенциал $\varphi$ в некоторой области постоянен (отсутствует его изменение), то можно сказать, что напряженность электростатического поля в данной области равна нулю $\left(\vec{E} = \vec{0}\right)$.

Если напряженность электростатического поля $\vec{E}$ в некоторой области постоянна, то можно сказать, что потенциал $\varphi$ в этой области меняется по линейному закону в зависимости от координаты $x$:

$$\varphi(x) = \varphi_0 \pm kx.$$

**Задание 3.** $(\varphi_A - \varphi_B) = -\frac{m}{2e}(v_B^2 - v_A^2) = -23$ В.

Работа сил электростатического поля идет на увеличение кинетической энергии электрона. Следовательно, в данном случае можем записать:

$$\frac{mv_B^2}{2} - \frac{mv_A^2}{2} = -e(\varphi_A - \varphi_B),$$

отсюда

$$(\varphi_A - \varphi_B) = -\frac{m}{2e}(v_B^2 - v_A^2) = -23\ \text{В}.$$

**Задание 4.** $\alpha = 8{,}5°$.

Со стороны поля на заряд будет действовать сила $F = qE$, направленная горизонтально. Это вызовет отклонение шарика на некоторый угол α, при котором сумма сил, действующих на шарик, будет равна нулю:

$$m\vec{g} + \vec{F}_к + \vec{F}_н = \vec{0}.$$

В проекциях на горизонтальную и вертикальную оси из последнего выражения получим

$$F_к = qE = F_н \sin\alpha; \; mg = F_н \cos\alpha.$$

Решая полученную систему уравнений, найдем

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{qE}{mg}.$$

Подставляя численные значения, получим $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}15$.

Полученное значение тангенса соответствует углу

$$\alpha = \operatorname{arctg} 0{,}15 = 8{,}5°.$$

**Задание 5.** $r = 19$ м, $\varphi = 4{,}7$ В.

Используя выражение для напряженности электростатического поля на расстоянии $r$ от точечного заряда $q$

$$E = k\frac{q_0}{r^2},$$

найдем

$$r = \sqrt{\frac{kq_0}{E}} = 19 \text{ м}.$$

Соответственно потенциал поля в данной точке

$$\varphi = k\frac{q_0}{r} = E \cdot r = 4{,}7 \text{ В}.$$

## Занятие 21. Принципы суперпозиции напряженностей и потенциалов электростатических полей

### Повторение

**Принцип суперпозиции напряженностей электростатических полей:**

напряженность $\vec{E}$ электростатического поля системы точечных зарядов $q_1$, $q_2$, ..., $q_n$ в некоторой точке пространства равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых каждым из этих зарядов по отдельности в той же точке:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_n = \sum \vec{E}_i.$$

**Принцип суперпозиции потенциалов электростатических полей:** потенциал $\varphi$ электростатического поля системы точечных зарядов $q_1, q_2, ..., q_n$ в некоторой точке пространства равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых каждым из этих зарядов по отдельности в этой же точке:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \ldots + \varphi_n = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i.$$

Знак потенциала $\varphi_i$ совпадает со знаком заряда.

## Ответы к заданиям и решение задач

**Задание 1.** $\varphi = 3{,}0 \cdot 10^5$ В.

Согласно принципу суперпозиции потенциалов искомый потенциал в точке $C$ треугольника складывается из двух потенциалов, создаваемых каждым из зарядов в данной вершине:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = k\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right).$$

Для нахождения расстояния $r_1$ воспользуемся теоремой косинусов

$$r_1 = \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos\alpha} = 34{,}6 \text{ см}.$$

Подставляя значение $r_1$ в исходное выражение, получаем

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = k\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right) = 3{,}0 \cdot 10^5 \text{ В}.$$

**Задание 2.** $\vec{E} = \vec{0}$, $\varphi = k\dfrac{q}{R}$.

Поскольку напряженность электростатического поля является векторной величиной, то напряженность поля, создаваемого симметричными относительно центра кольца двумя малыми участками, равна нулю. Суммируя по всем таким парам, найдем, что результирующая напряженность в центре кольца также равна нулю:

$$\vec{E} = \vec{0}.$$

В отличие от напряженности поля потенциал является скалярной величиной, следовательно, потенциал, создаваемый парой малых симметричных участков кольца, не равен нулю.

В рассматриваемом случае суммирование дает

$$\varphi = \sum_i \varphi_i = \sum_i k\frac{q_i}{R} = \frac{k}{R}\sum_i q_i = k\frac{q}{R}.$$

**Задание 3.** $E = 8{,}0 \cdot 10^4\ \frac{\text{В}}{\text{м}}$, $\varphi = 2{,}3 \cdot 10^4$ В.

Поскольку в силу симметрии искомые величины будут одинаковыми в двух других вершинах квадрата, то расчет достаточно провести для одной из вершин.

Угол между векторами напряженностей, создаваемых каждым из зарядов, равен 90°, следовательно,

$$E = 2E_0 \cos 45^\circ = \frac{q\sqrt{2}}{4\pi\varepsilon_0 a^2} = 8{,}0 \cdot 10^4\ \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Соответственно для потенциала получаем

$$\varphi = 2\varphi_0 = 2\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a} = 2{,}3 \cdot 10^4\ \text{В}.$$

**Задание 4.** $\varphi = \varphi_0 \cdot N^{\frac{2}{3}}$.

Пусть радиус каждой капли $r$, а заряд — $q$. При слиянии $N$ одинаковых капель образуется одна большая капля, радиус которой можно найти из условия несжимаемости жидкости:

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = N\frac{4}{3}\pi r^3.$$

Отсюда следует, что

$$R = \sqrt[3]{N}r = r \cdot N^{\frac{1}{3}}.$$

Кроме того, при слиянии капель справедлив закон сохранения заряда, что позволяет найти заряд капли, получившийся при слиянии:

$$Q = N \cdot q.$$

Следовательно, потенциал большой капли

$$\varphi = k\frac{Q}{R} = k\frac{N \cdot q}{r \cdot N^{\frac{1}{3}}} = \varphi_0 \cdot N^{\frac{2}{3}}.$$

**Задание 5.** $E(x) = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{x}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$.

Мысленно разобьем кольцо на малые элементы, каждый из которых можно считать материальной точкой. Напряженность поля, создаваемая одним малым элементом кольца, заряд которого $\Delta q_i$, на расстоянии $x$ от центра кольца

$$E_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\Delta q_i}{R^2 + x^2}.$$

Вектор $\vec{E}_i$ направлен под углом α к оси кольца, причем

$$\cos\alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}}.$$

Поскольку такой же угол составляют с осью кольца все векторы элементарных напряженностей, то при изменении индекса суммирования он остается постоянным.

Следовательно, искомую напряженность можно найти как сумму проекций элементарных напряженностей на ось кольца:

$$E(x) = \sum_i E_i \cos\alpha = \sum_i \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\Delta q_i}{R^2 + x^2} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} =$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{x}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \sum_i \Delta q_i = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{x}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

## Занятие 22. Графические задачи для электростатических полей

### Повторение

Для графического изображения электростатического поля вводят понятие **силовой линии** — геометрическую модель поля. Для изображения не только направления, но и модуля напряженности электростатического поля силовые линии проводят в пространстве с определенной густотой. Так как в каждой точке поля вектор напряженности имеет одно определенное направление, то силовые линии нигде не должны пересекаться. Особо следует отметить, что силовые линии — это только *вспомогательные*, *воображаемые* линии, позволяющие изобразить направление и модуль напряженности электростатического поля в любой его области.

Силовые линии можно продемонстрировать либо при помощи «султанов», либо в кювете или ванночке с комплектом электродов, проецируя картину поля, полученного с помощью манной крупы, насыпанной на поверхность касторового масла, на экран.

Силовые линии электростатического поля равномерно заряженной бесконечной плоской пластины параллельны — поле однородно, напряженность его не зависит от расстояния до плоскости и определяется в данной среде лишь поверхностной плотностью заряда σ.

Наряду с картиной силовых линий электростатического поля для описания поля вводят в рассмотрение поверхности, на которых потенциал постоянен, — **эквипотенциальные поверхности**. При перемещении по этим поверхностям работа не совершается, т. е. вдоль них силы поля не действуют (тангенциальные составляющие напряженности равны нулю). Следовательно, силовые линии электростатического поля перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям.

При переходе с одной эквипотенциальной поверхности на другую потенциал электростатического поля изменяется. В тех областях поля, где потенциал изменяется быстрее от точки к точке, эквипотенциальные поверхности расположены гуще.

## Ответы к заданиям и решение задач

**Задание 1.** Электростатическое поле называется однородным в том случае, если его напряженность одинакова во всех точках пространства:

$$\vec{E} = \overrightarrow{\text{const}}.$$

Его силовые линии представляют собой параллельные прямые, находящиеся на равном расстоянии друг от друга (эквидистантные линии).

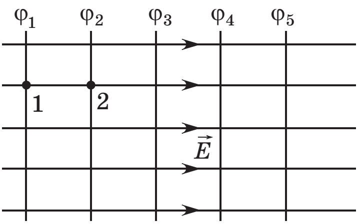


*Рис. 18*

Эквипотенциальные поверхности перпендикулярны силовым линиям. Следовательно, в случае однородного поля они представляют собой семейство параллельных плоскостей (рис. 18), расположенных на равном расстоянии друг от друга (семейство параллельных эквидистантных плоскостей).

**Задание 2.** $\varphi = \varphi_0(1 + \sqrt{2})$.

Из условия задачи следует, что справедливо равенство

$$\varphi_0 = k\frac{q}{AB},$$

где $q$ — заряд, помещенный в точку $A$ (рис. 19). При помещении такого же заряда в точку $C$ согласно принципу суперпозиции потенциалов имеем

$$\varphi = \varphi_0 + k\frac{q}{CB} = \varphi_0 + k\frac{q\sqrt{2}}{AB} = \varphi_0(1 + \sqrt{2}).$$

**Задание 3.** $E = 1{,}6 \cdot 10^5\ \dfrac{\text{В}}{\text{м}}$.

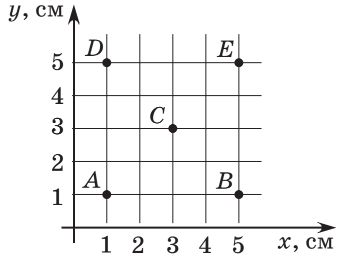



*Рис. 19*

Напряженность поля, создаваемого каждым из зарядов в рассматриваемой точке (см. рис. 19),

$$E_0 = k\frac{q}{AC^2}.$$

Согласно принципу суперпозиции напряженностей имеем

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

С учетом того, что векторы $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ взаимно перпендикулярны, получаем

$$E = \sqrt{2}E_0 = \sqrt{2}k\frac{q}{AC^2} = 1{,}6 \cdot 10^5\ \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

**Задание 4.** $E_x = 18\ \dfrac{\text{В}}{\text{м}}$.

Поскольку ветви кривой направлены вверх, то можно сделать вывод, что оба заряда положительны.

В точке с координатой $x_1 = 10$ м потенциал электростатического поля, создаваемый двумя зарядами,

$$\varphi_1 = k\frac{q_1}{x_1} + k\frac{q_2}{l - x_1} = 95\ \text{В}.$$

В точке с координатой $x_2 = 0{,}90$ м потенциал поля

$$\varphi_2 = k\frac{q_1}{x_2} + k\frac{q_2}{l - x_2} = 55\ \text{В}.$$

Решая полученную систему уравнений относительно $q_1$ и $q_2$, найдем

$$q_1 = 1{,}0\ \text{нКл},$$
$$q_2 = 0{,}50\ \text{нКл}.$$

Соответственно в точке с координатой $x = 0{,}50$ м искомая проекция напряженности

$$E_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{x^2}(q_1 - q_2) = 18\ \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Из приведенного в условии задачи графика зависимости потенциала электростатического поля, созданного в вакууме точечными зарядами $q_1$ и $q_2$, от координаты $x$ определите проекцию напряженности $E_x$ этого поля на ось $Ox$ в точке с координатой $x = 0{,}50$ м, если заряды размещены в точках с координатами $x_1 = 0{,}0$ м и $x_2 = 1{,}0$ м.

**Задание 5.** $q_2 = -8q_1 = -16$ нКл.

Согласно определению силовой линии напряженность $\vec{E}$ электростатического поля направлена по касательной, проведенной к силовой линии в данной точке.

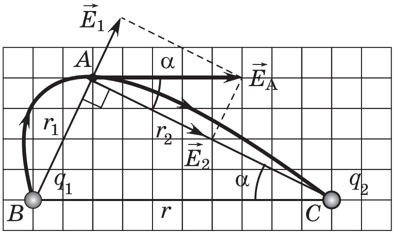



*Рис. 20*

Точкой, удобной для рассмотрения на рисунке, является точка $A$ силовой линии, поскольку она находится на пересечении линий сетки и, кроме того, касательная в этой точке параллельна отрезку $BC$, соединяющему заряды (рис. 20).

Определяя на чертеже расстояния $AB$, $AC$ и $BC$, по теореме Пифагора убеждаемся, что треугольник $BAC$ прямоугольный, следовательно,

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{r_1}{r_2}, \qquad (1)$$

где $r_1 = BA$, а $r_2 = AC$.

Согласно принципу суперпозиции напряженностей электростатических полей

$$\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

Из треугольника напряженностей (см. рис. 20) следует:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\left|\vec{E}_1\right|}{\left|\vec{E}_2\right|} = \frac{E_1}{E_2}. \qquad (2)$$

Приравнивая (1) и (2) и используя выражение для напряженностей поля точечного заряда $E_1 = k\dfrac{q_1}{r_1^2}$ и $E_2 = k\dfrac{q_2}{r_2^2}$, получим

$$\left|q_2\right| = q_1\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3 = 8q_1.$$

Поскольку силовые линии начинаются на положительных зарядах, а оканчиваются на отрицательных, то заряд $q_2$ является отрицательным.

Окончательно имеем

$$q_2 = -8q_1 = -16 \text{ нКл}.$$

## Занятие 23. Электроемкость. Электроемкость конденсаторов

### Повторение

В учебной литературе принято вводить понятие электроемкости двумя способами. В первом случае вводят электроемкость системы, состоящей из двух заряженных равными по модулю разноименными зарядами изолированных проводников (конденсатор), как отношение положительного заряда на одном из проводников к разности потенциалов между ними:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}.$$

Во втором случае электроемкость вводят как характеристику *уединенного* заряженного проводника, потенциал которого определяется относительно бесконечно удаленной точки:

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

На практике для накопления большого электрического заряда используют батареи конденсаторов, соединенных параллельно.

Единицей электроемкости в СИ является **фарад (1 Ф)**. Емкость 1 Ф, так же как 1 Кл, является очень большой величиной. Именно поэтому на практике пользуются намного меньшими величинами: микрофарадами, пикофарадами.

На примере плоского конденсатора показывается зависимость его емкости от площади пластин, расстояния между ними, диэлектрической проницаемости вещества между пластинами.

Обратите внимание, что конденсаторы кроме емкости характеризуются максимальным рабочим напряжением, при превышении которого происходит их пробой.

Определяем энергию электрического поля плоского конденсатора $W = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2 Sd}{2}$ и обращаем внимание на то, что эта формула содержит объем $V = Sd$, в котором «сконцентрировано» поле. Следовательно, энергия в единице объема (плотность энергии электрического поля)

$$w = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}.$$

Полученное выражение применимо для описания любого электростатического поля и для полей, изменяющихся во времени.

## Ответы к заданиям и решение задач

**Задание 1.** $C = 8{,}9 \cdot 10^{-10}$ Ф.

Согласно формуле для электроемкости плоского конденсатора имеем

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}.$$

Подставляя численные данные, получаем $C = 8{,}9 \cdot 10^{-10}$ Ф.

**Задание 2.** $C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R$.

Пусть на уединенном шаре находится заряд $q$. Тогда потенциал шара относительно бесконечности (напряжение) найдем по формуле

$$\varphi = U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \cdot \frac{q}{R}.$$

Согласно определению электроемкости с учетом выражения для напряжения получим

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U} = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R.$$

**Задание 3.** $\Delta q = q_1\left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\right) = 24$ мкКл.

Поскольку конденсатор присоединен к источнику напряжения, то напряжение на нем остается постоянным при удалении пластинки.

Начальный заряд конденсатора

$$q_1 = C_1 U,$$

где $U$ — напряжение источника питания.

После удаления пластинки электроемкость уменьшится в $\varepsilon$ раз, следовательно, новый заряд конденсатора

$$q_2 = C_2 U = \frac{C_1}{\varepsilon} U = \frac{q_1}{\varepsilon}.$$

Таким образом, при удалении пластинки по цепи пройдет заряд

$$\Delta q = q_1 - q_2 = q_1\left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\right) = 24 \text{ мкКл}.$$

**Задание 4.** а) $C = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d} = 4{,}425 \cdot 10^{-11}$ Ф $= 44{,}25$ пФ; б) $q =$ $= 8{,}85$ нКл;

в) $U_1 = \dfrac{l(\varepsilon - 1) + d}{d\varepsilon} U = 164$ В; г) $E = \dfrac{\varepsilon U}{d(\varepsilon + 1) - l} = 66{,}7 \ \dfrac{\text{кВ}}{\text{м}}$;

д) $E_1 = \dfrac{E}{\varepsilon} = 19 \ \dfrac{\text{кВ}}{\text{м}}$; е) $\eta = 8{,}7\ \%$.

а) Начальная электроемкость конденсатора с воздушным зазором

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d} = 4{,}425 \cdot 10^{-11} \text{ Ф} = 44{,}25 \text{ пФ};$$

б) заряд (по модулю) на каждой обкладке до введения диэлектрика

$$q = CU = \frac{\varepsilon_0 S}{d} U = 8{,}85 \cdot 10^{-9} \text{ Кл} = 8{,}85 \text{ нКл};$$

в) после введения диэлектрика с проницаемостью ε можно представить конденсатор как два конденсатора $\left(C_1 = \dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{l};\ C_2 = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d - l}\right)$, соединенных последовательно. Электроемкость при этом увеличится:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \ \Rightarrow \ \frac{1}{C} = \frac{l}{\varepsilon_0 \varepsilon S} + \frac{d - l}{\varepsilon_0 S} = \frac{l(\varepsilon - 1) + d}{\varepsilon_0 \varepsilon S};$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{l(\varepsilon - 1) + d} = 95{,}3 \text{ пФ}.$$

Поскольку конденсатор отключили от батареи, заряд на нем остается постоянным (закон сохранения заряда). Следовательно, новая разность потенциалов

$$U_1 = \frac{q}{C_1} = \frac{CU}{C_1} = \frac{\varepsilon_0 S}{d} \frac{l(\varepsilon - 1) + d}{\varepsilon_0 \varepsilon S} U = \frac{l(\varepsilon - 1) + d}{d\varepsilon} U = 164 \text{ В};$$

г) модуль напряженности электростатического поля между обкладкой конденсатора и диэлектриком найдем из условия:

$$U = E\,(d - l) + \frac{E}{\varepsilon} d \ \Rightarrow \ E = \frac{\varepsilon U}{d(\varepsilon + 1) - l} = 66{,}7 \ \frac{\text{кВ}}{\text{м}};$$

д) соответственно напряженность электростатического поля в диэлектрике найдем как

$$E_1 = \frac{E}{\varepsilon} = 19\ \frac{\text{кВ}}{\text{м}};$$

е) далее находим энергию заряженного конденсатора с внесенной пластиной из диэлектрика:

$$W = \frac{C_1 U_1^2}{2}.$$

Энергию поля в диэлектрике найдем через плотность энергии поля:

$$W_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} V.$$

Соответственно доля энергии, запасенной в диэлектрике,

$$\eta = \frac{W_1}{W} = 8{,}7\ \%.$$

**Задание 5.** $C = \frac{4\pi\varepsilon_0}{R_2 - R_1} \cdot R_1 R_2.$

Пусть на внешней и внутренней обкладках сферического конденсатора находятся заряды $+q$ и $-q$. Тогда потенциал внешней сферы

$$\varphi_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{R_2} - \frac{q}{R_2}\right) = 0.$$

Соответственно потенциал внутренней сферы

$$\varphi_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{R_2} - \frac{q}{R_1}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{R_1 - R_2}{R_1 R_2}.$$

Разность потенциалов между обкладками сферического конденсатора

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}.$$

Согласно определению электроемкость

$$C = \frac{q}{U} = \frac{4\pi\varepsilon_0}{R_2 - R_1} \cdot R_1 R_2.$$

При малой толщине плоского конденсатора $R_2 \approx R_1 = R$ площадь его внешней обкладки $S = 4\pi R_2 \approx 4\pi R_1 R_2$, а расстояние между обкладками $d = R_2 - R_1$.

С учетом последних равенств формула электроемкости плоского конденсатора в данном случае принимает вид:

$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0}{R_2 - R_1} \cdot R_1 R_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}.$$

## Занятие 24. Измерение электроемкости конденсатора (экспериментальное исследование)

Выполнение экспериментального исследования проводится в соответствии с инструкцией, данной в дидактических материалах для учащихся.

## Занятие 25. Соединения конденсаторов

### Повторение

При расчете батарей конденсаторов необходимо выяснить тип соединений, т. е. понять, какие конденсаторы соединены последовательно, а какие — параллельно.

Следует помнить, что при *параллельном соединении конденсаторов* (рис. 21):

- заряд батареи конденсаторов равен сумме зарядов всех конденсаторов;
- напряжения на всех конденсаторах одинаковы и равны напряжению на концах батареи;
- емкость батареи больше емкости конденсатора с наибольшей емкостью.

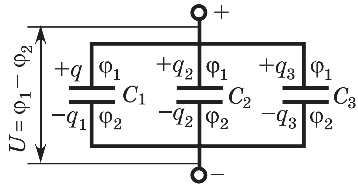



*Рис. 21*

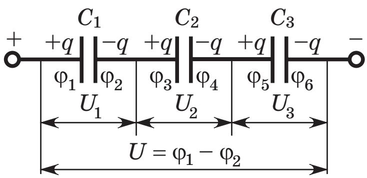



*Рис. 22*

При *последовательном соединении конденсаторов* (рис. 22):

- заряды на всех конденсаторах одинаковы и равны заряду батареи;
- разность потенциалов на концах батареи равна сумме разностей потенциалов на каждом конденсаторе;
- емкость батареи меньше емкости конденсатора с наименьшей емкостью.

Если батарея конденсаторов подключена к источнику тока, то при изменении емкости системы напряжение на концах батареи не изменяется, а заряд изменится.

Если батарею конденсаторов зарядить, а затем отключить от источника, то при изменении емкости системы заряд батареи изменяться не будет, а напряжение изменится.

### Ответы к заданиям и решение задач

**Задание 1.** $C_1 = NC = 45$ мкФ, $C_2 = \frac{C}{N} = 0,45$ мкФ.

При параллельном соединении конденсаторов общая электроемкость находится суммированием:

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots + C_n.$$

В нашем случае

$$C_1 = NC = 45 \text{ мкФ}.$$

При последовательном соединении суммируются обратные величины:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots + \frac{1}{C_n}.$$

В нашем случае

$$C_2 = \frac{C}{N} = 0,45 \text{ мкФ}.$$

**Задание 2.** $C_1 = 400$ мкФ (параллельное соединение), $C_2 = 100$ мкФ (последовательное соединение).

При параллельном соединении конденсаторов общая электроемкость

$$C = C_1 + C_2 = 400 \text{ мкФ}.$$

При последовательном соединении

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 100 \text{ мкФ}.$$

**Задание 3.** $q_1 = q_2 = q_3 = 2,8 \cdot 10^{-4}$ Кл.

Общую электроемкость батареи найдем по закону последовательного соединения конденсаторов:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}.$$

Расчет в этом случае дает

$$C = \frac{60}{47} \text{ мкФ}.$$

Заряд на каждом конденсаторе равен заряду батареи:

$$q_1 = q_2 = q_3 = 2,8 \cdot 10^{-4} \text{ Кл}.$$

**Задание 4.** $C = \frac{45}{14}$ мкФ $= 3{,}2$ мкФ.

Схему можно представить как последовательно соединенные конденсаторы, электроемкости которых $2C_1$, $C_2$ и $C_1 + C_3$ (рис. 23).

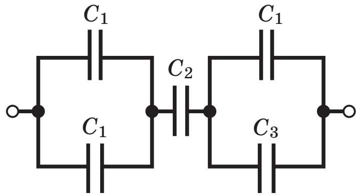


*Рис. 23*

Электроемкость такой схемы найдем из равенства

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{2C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_1 + C_3}.$$

Расчет дает

$$C = \frac{45}{14}\ \text{мкФ} = 3{,}2\ \text{мкФ}.$$

**Задание 5.** $C_x = \frac{C}{2} = 15$ мкФ.

До замыкания ключа (рис. 24) электроемкость схемы

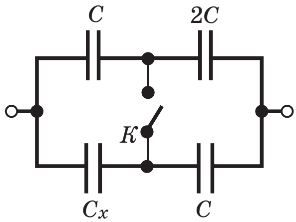


*Рис. 24*

$$C_1 = \frac{C \cdot 2C}{C + 2C} + \frac{C_x \cdot C}{C_x + C}.$$

После замыкания ключа

$$C_2 = \frac{(C + C_x) \cdot (2C + C)}{C + C_x + C + 2C}.$$

Приравнивая выражения для $C_1$ и $C_2$, найдем

$$C_x = \frac{C}{2} = 15\ \text{мкФ}.$$

**Задание 6.** $C = \frac{\varepsilon_0 S}{2d}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$.

Представим систему как два параллельно соединенных конденсатора, электроемкости которых

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{2d}\varepsilon_1,\quad C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{2d}\varepsilon_2.$$

При параллельном соединении электроемкости конденсаторов складываются, следовательно,

$$C = C_1 + C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{2d}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2).$$

## Занятие 26. Напряжение, сила тока, электрическое сопротивление и проводимость

### Повторение

**Электрический ток** — упорядоченное движение заряженных частиц. Он оказывает тепловое, магнитное, химическое действие. Количественной скалярной характеристикой электрического тока является **сила тока.**

Электростатическое поле вызывает в проводниках перемещение свободных зарядов в определенном направлении только до тех пор, пока электрическое поле перераспределившихся зарядов не скомпенсирует внешнее поле. Следовательно, для существования постоянного тока необходимо поддерживать электрическое поле в проводнике.

В связи с этим следует обратить внимание на то, что для возникновения электрического тока первые два условия необходимы для существования любого тока, а третье — для постоянного тока.

В чем отличие электростатического поля заряженного проводника внутри него и на его поверхности?

Электростатическое поле заряженного проводника существует только вне его, внутри проводника напряженность поля равна нулю, силовые линии у внешней поверхности проводника перпендикулярны ей, а поверхность заряженного проводника эквипотенциальна.

Для перемещения зарядов внутри проводника в нем должно существовать электрическое поле, напряженность которого имеет составляющую, направленную вдоль проводника. Постоянное во времени электрическое поле называют **стационарным полем.**

Потенциалы различных точек проводника с током неодинаковы, так как напряженность поля $\vec{E} \neq \mathbf{0}$. А поскольку $E = -\dfrac{\Delta\varphi}{\Delta d}$, то $\varphi_1 \neq \varphi_2$.

Таким образом, наличие в проводнике стационарного поля равносильно существованию постоянной разности потенциалов на концах проводника. Это является существенным отличием стационарного поля от электростатического.

Если цепь разомкнуть, потенциал проводника во всех точках станет одинаковым.

Сила постоянного тока во всех сечениях цепи одинакова — заряды нигде не накапливаются. Это означает, что распределение заряда в пространстве со временем не изменяется, заряды движутся таким образом, что одни заряженные частицы занимают места других.

Неизменность распределения зарядов в пространстве характеризует потенциальные поля. Следовательно, стационарное поле является **потенциальным**. Поэтому работа по перемещению заряда в стационарном поле не зависит от формы траектории, как и в случае электростатического поля.

Электрический ток является следствием стационарного (потенциального) электрического поля, поддерживаемого в проводнике источником тока.

На основании формулы $R = \rho\frac{l}{S}$, известной из курса базовой школы, устанавливают физический смысл удельного сопротивления.

Закон Ома является экспериментальным законом постоянного тока. Его формулировка основана на потенциальности стационарного электрического поля.

Все законы справедливы лишь в определенном интервале значений физических величин. Закон Ома не соблюдается при очень слабых токах, когда начинает сказываться влияние флуктуаций числа носителей тока. Отклонения от закона Ома наблюдаются и при очень значительных токах.

В очень широком интервале значений сил тока закон Ома $I = GU = \frac{U}{R}$ выполняется с большой степенью точности. Тогда сопротивление проводника определяется по формуле $R = \frac{U}{I}$, а проводимость $G = \frac{I}{U}$. На основании этих формул вводят единицы электрического сопротивления — **Ом** и проводимости — **сименс**.

## Ответы к заданиям и решение задач

**Задание 1.** $R = \frac{\rho}{\gamma}\frac{16m}{\pi^2 d^4} = 7{,}5$ Ом.

Сопротивление находим по формуле

$$R = \rho\frac{l}{S},$$

где $\rho$ — удельное сопротивление стали.

Масса проволоки

$$m = \gamma V = \gamma S l,$$

где $\gamma$ — плотность стали.

Окончательно имеем

$$R = \rho\frac{l}{S} = \frac{\rho}{\gamma}\frac{m}{S^2} = \frac{\rho}{\gamma}\frac{16m}{\pi^2 d^4} = 7{,}5 \text{ Ом}.$$

**Задание 2.** $n = \sqrt{\frac{R}{R_2}} = 6.$

При разрезании проволоки сопротивлением $R$ на $n$ равных частей сопротивление каждой части станет

$$R_1 = \frac{R}{n}.$$

При параллельном соединении $n$ одинаковых резисторов $R_1$ сопротивление цепи будет

$$R_2 = \frac{R_1}{n} = \frac{R}{n^2}.$$

Из последнего равенства находим

$$n^2 = \frac{R}{R_2}.$$

В нашем случае

$$n = \sqrt{\frac{R}{R_2}} = 6.$$

**Задание 3.** $\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} = 0{,}50.$

При последовательном соединении резисторов сила тока через них одинакова, следовательно,

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{IR_1}{IR_2} = \frac{R_1}{R_2} = 0{,}50.$$

**Задание 4.** $l = 0{,}18$ км.

При последовательном соединении резисторов сила тока в них одинакова, следовательно,

$$I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2},$$

где $R_2$ — сопротивление нихромового проводника.

Сопротивление проводника зависит от его длины по закону

$$R = \rho\frac{l}{S},$$

откуда найдем

$$l = \frac{R_2 S}{\rho}.$$

Расчет дает

$$l = 0{,}18 \text{ км}.$$

**Задание 5.** $R_1 : R_2 : R_3 = 1 : 2 : 3$.

Поскольку проводники соединены последовательно, сила тока в них одинакова. По графику найдем, что на первом проводнике напряжение $U_1 = 1{,}0$ В, на втором — $U_2 = 2{,}0$ В, на третьем — $U_3 = 3{,}0$ В.

Согласно закону Ома получим

$$I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} = \frac{U_3}{R_3}.$$

Из последнего равенства следует, что

$$R_1 : R_2 : R_3 = U_1 : U_2 : U_3.$$

Подставляя численные значения соответствующих напряжений, имеем

$$R_1 : R_2 : R_3 = 1 : 2 : 3.$$

## Занятие 27. Законы Ома для однородного и неоднородного участков цепи, полной цепи

### Повторение

На основании формулы $U = IR$, получаемой из закона Ома для однородного участка цепи, вводят новое важное понятие **падение напряжения**. Обращают особое внимание на то, что для однородного участка цепи падение напряжения **всегда** совпадает с напряжением на нем.

### Закон Ома для полной цепи

Для появления и поддержания тока необходимо электрическое поле. Это означает, что на концах проводника должна существовать разность потенциалов.

Электростатическое поле, действуя на свободные заряды проводника — носители тока, вызывает перераспределение этих зарядов, в результате которого напряженность электрического поля внутри проводника и разность потенциалов на его концах становятся равными нулю.

Для сохранения разности потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ на концах проводника необходимо отводить переносимые туда при перераспределении свободные заряды. Следовательно, необходимо создать такую замкнутую цепь, в которой положительные заряды на участке, замыкающем цепь, двигались бы от $\varphi_2$ к $\varphi_1$, т. е. в сторону убывания потенциала. Перемещение зарядов на этом участке возможно лишь при действии сил *неэлектрической* природы.

Эти силы могут быть обусловлены *химическими процессами* (гальванические элементы, аккумуляторы), *разностью температур* контактирующих проводников (термоэлементы), *электрическими полями*, порожденными изменяющимися со временем магнитными полями, и т. д. Таким образом, помимо кулоновских сил стационарного электрического поля на заряды должны действовать еще какие-то силы неэлектрической природы — **сторонние силы**.

Для поддержания тока достаточно, чтобы сторонние силы действовали хотя бы на одном из участков замкнутой электрической цепи. Сторонние силы действуют внутри источника тока, перемещая заряды между клеммами внутри источника в направлении, противоположном напряженности электрического поля внутри источника от минуса к плюсу, на одном полюсе образуется избыток положительных зарядов, на другом — отрицательных.

Во внешней цепи сторонние силы не действуют, положительные заряды движутся под действием стационарного электрического поля от плюса к минусу.

Вся работа тока в замкнутой цепи совершается источником сторонних сил; передача энергии от источника тока к отдельным участкам цепи происходит вдоль проводника с помощью электрического поля, существующего вне проводника.

Количественной характеристикой работы сторонних сил является **электродвижущая сила (ЭДС).** ЭДС равна разности потенциалов на клеммах (полюсах) разомкнутого источника: $\mathscr{E} = IR + Ir \approx IR = U$, где $R >> r$ — сопротивление вольтметра намного больше сопротивления источника.

Физическая сущность понятия ЭДС как электрической характеристики источника раскрывается в определении — она равна *работе сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда вдоль всей замкнутой цепи*.

Закон Ома для полной цепи:

$$I = \mathscr{E}\frac{1}{R + r}.$$

$\mathscr{E} = IR + Ir$ — ЭДС источника равна алгебраической сумме падений напряжения на внутреннем и внешнем участках цепи.

*Закон Ома для неоднородного участка цепи*: падение напряжения на неоднородном участке цепи равно произведению силы тока $I$ на сопротивление $R$ участка цепи:

$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 \pm \mathscr{E}.$$

Из соотношения, следующего из закона Ома для полной цепи,

$$U = \frac{\mathscr{E}}{1 + \frac{r}{R}}$$

можно определить ЭДС источника. При $R \to \infty$, т. е. при разомкнутой цепи, $\mathscr{E} = U$.

## Ответы к заданиям и решение задач

**Задание 1.** Нельзя, так как при случайном замыкании цепи загорится электролампа.

**Задание 2.** $I_к = 0,30$ А.

При подсоединении к батарейке с ЭДС $\mathscr{E}$ резистора сопротивлением $R$ в цепи возникнет сила тока

$$I = \mathscr{E}\frac{1}{R + r}.$$

Соответственно согласно закону Ома падение напряжения на резисторе составит

$$U = IR.$$

Из полученных выражений находим, что

$$U = U = \mathscr{E}\frac{R}{R + r}.$$

Выражая из последнего равенства внутреннее сопротивление $r$ батарейки, найдем

$$r = (\mathscr{E} \cdot U)\frac{R}{U} = 10 \text{ Ом}.$$

Соответственно ток короткого замыкания в цепи

$$I_к = \mathscr{E}\frac{1}{r} = 0{,}30 \text{ А}.$$

**Задание 3.** $\mathscr{E} = \dfrac{I_1 I_2}{I_1 - I_2}(R_2 - R_1) = 10$ В, $r = \dfrac{I_2 R_2 - I_1 R_1}{I_1 - I_2} = 5{,}0$ Ом.

Согласно закону Ома для полной цепи

$$I = \mathscr{E}\frac{1}{R + r}.$$

Записывая дважды данное равенство для двух внешних сопротивлений $R_1$ и $R_2$, найдем

$$\mathscr{E} = \frac{I_1 I_2}{I_1 - I_2}(R_2 - R_1) = 10 \text{ В},$$

$$r = \frac{I_2 R_2 - I_1 R_1}{I_1 - I_2} = 5{,}0 \text{ Ом}.$$

**Задание 4.** $4\mathscr{E}$.

Зарядив оба конденсатора от источника до разности потенциалов $\mathscr{E}$, соберем цепь, изображенную на рисунке 25.

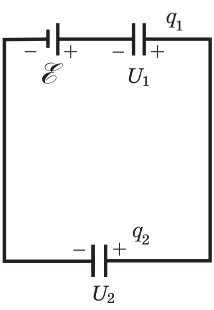



*Рис. 25*

При этом заряды на конденсаторах перераспределяются. Если обозначить заряды на конденсаторах после перераспределения $q_1$ и $q_2$, а напряжения на них $U_1$ и $U_2$, то

$$\mathscr{E} + U_1 - U_2 = 0,$$

$$q_1 + q_2 = 2C\mathscr{E}.$$

Отсюда $U_1 = \mathscr{E}/2$, $U_2 = 3\mathscr{E}/2$.

Зарядив теперь конденсатор 1 до разности потенциалов $\mathscr{E}$, соберем такую же схему.

Теперь напряжение на втором конденсаторе $U_2 = 7\mathscr{E}/4$.

Если повторить эту операцию много раз, то можно зарядить конденсатор 2 до разности потенциалов, сколь угодно близкой к $2\mathscr{E}$. Соединив теперь последовательно источник, конденсатор 1, заряженный до напряжения $\mathscr{E}$, и конденсатор 2, можно получить на концах цепи напряжение, сколь угодно близкое к $4\mathscr{E}$.

**Задание 5.** $r = \dfrac{(\mathscr{E} - I_1R_1)}{I_1(R_1 + R_2)}R_2 = 3{,}2$ Ом.

Применим закон Ома для полной цепи для двух контуров, в один из которых входит сопротивление $R_1$, а во второй — $R_2$.

$$\mathscr{E} = I_1R_1 + (I_1 + I_2)r, \quad \mathscr{E} = I_2R_2 + (I_1 + I_2)r.$$

Решая полученную систему относительно неизвестных величин, найдем

$$r = \frac{(\mathscr{E} - I_1R_1)}{I_1(R_1 + R_2)}R_2 = 3{,}2 \text{ Ом}.$$

## Занятие 28. Определение удельного сопротивления проводника (экспериментальное исследование)

Выполнение экспериментального исследования проводится в соответствии с инструкцией, данной в дидактических материалах для учащихся.

## Занятие 29. Измерение силы тока и напряжения. Шунт и добавочное сопротивление

### Повторение

Применение шунта и добавочного сопротивления дает возможность расширения диапазонов измерения используемых амперметров и вольтметров. Необходимо обратить внимание на то, что **шунт включается параллельно амперметру**, а **добавочное сопротивление — последовательно с вольтметром.**

Основной частью этих приборов является гальванометр, принцип работы которого основан на том, что магнитное поле оказывает ориентирующее действие на виток с током. Отклонение стрелки пропорционально силе проходящего через него тока.

Гальванометры включают либо по схеме амперметра для измерения силы токов, либо по схеме вольтметра для измерения напряжений. Измерительные приборы не должны изменять измеряемые силы токов и напряжения на участках электрической цепи, поэтому внутреннее сопротивление вольтметра должно быть очень большим, а амперметра — очень малым.

## Ответы к заданиям и решение задач

**Задание 1.** $I_А = \dfrac{R_ш}{R_ш + R_А} I = 2{,}0$ А.

При шунтировании амперметра внутренним сопротивлением $R_А$ шунтом сопротивлением $R_ш$ максимальный ток в цепи

$$I = I_А\left(1 + \frac{R_А}{R_ш}\right).$$

Из последнего равенства найдем

$$I_А = \frac{R_ш}{R_ш + R_А} I.$$

После подстановки численных значений получим

$$I_А = \frac{R_ш}{R_ш + R_А} I = 2{,}0 \text{ А}.$$

**Задание 2.** $R_x = 0{,}27$ кОм.

При уменьшении чувствительности гальванометра в $k = 10$ раз пределы измерений его шкалы увеличиваются во столько же раз. Следовательно, по формуле для сопротивления шунта имеем

$$R_ш = \frac{R_А}{n - 1} = \frac{r}{k - 1} = 33 \text{ Ом}.$$

Согласно условию общее сопротивление цепи не должно измениться, следовательно,

$$R_x + \frac{R_ш \cdot r}{R_ш + r} = r,$$

отсюда найдем

$$R_x = r - \frac{R_ш \cdot r}{R_ш + r} = 2{,}7 \cdot 10^2 \text{ Ом} = 0{,}27 \text{ кОм}.$$

**Задание 3.** $U = 15$ В.

Напряжение на резисторе сопротивлением $R = 10$ Ом $U_1 = 70$ В. Следовательно, сила тока в цепи

$$I = \frac{U}{R} = 7{,}0 \text{ А}.$$

Это позволяет вычислить сопротивление вольтметра:

$$R_V = 7{,}14 \text{ Ом}.$$

Далее расчет понятен: $U = \frac{U_0}{R + R_V} R_V = 15$ В.

**Задание 4.** $R_д = 106$ Ом.

Из формулы для сопротивления шунта $R_ш = \frac{R_A}{n - 1}$ найдем сопротивление амперметра

$$R_A = R_ш(n - 1).$$

Соответственно максимальное напряжение, на которое рассчитан прибор,

$$U_{max} = I_{max} R_A.$$

По формуле для дополнительного сопротивления получим

$$R_д = (n - 1)R_V = \left(\frac{U}{U_{max}} - 1\right) R_A = 106 \text{ Ом}.$$

**Задание 5.** $R_x = \frac{U_2}{I_2} - r_A$.

Достаточно сделать два измерения. Первое позволяет определить внутреннее сопротивление амперметра (рис. 26):

$$r_A = \frac{U_1}{I_1}.$$

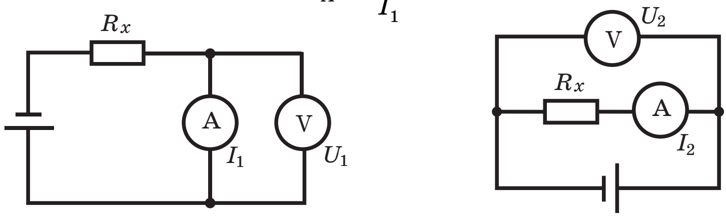



*Рис. 26*

Второе — величину неизвестного сопротивления:

$$\frac{U_2}{I_2} = R_x + r_A.$$

Отсюда окончательно получим

$$R_x = \frac{U_2}{I_2} - r_A.$$

## Занятие 30. КПД источника тока. Конденсатор в цепи постоянного тока

### Повторение

Полная мощность источника

$$P = P = \mathscr{E}^2 \frac{1}{R + r}.$$

Отсюда следует, что полная мощность источника максимальна при значении внешнего сопротивления $R = 0$, т. е. при коротком замыкании.

Во внешнем участке цепи выделяется мощность (полезная мощность)

$$P_R = I\mathscr{E} - I^2 r = \mathscr{E}^2 \frac{R}{(R + r)^2}.$$

Зависимость $P_R(I)$ имеет вид параболы. Из анализа этой формулы находим, что при значениях силы тока $I_1 = 0$ и $I_2 = \mathscr{E} : r$ мощность во внешней цепи не выделяется ($P_R = 0$). При силе тока $I = \mathscr{E} : (2r)$ она имеет наибольшее значение $P_{max} = \mathscr{E}^2 : (4r)$. Согласно закону Ома для полной цепи сила тока, соответствующая максимальной мощности во внешней цепи, будет в случае, когда сопротивление внешнего участка цепи равно внутреннему сопротивлению источника: $R = r$.

**Коэффициент полезного действия источника тока**, определяемый как отношение полезной мощности к полной, зависит от сопротивления нагрузки и внутреннего сопротивления источника тока:

$$\eta = \frac{P_{\text{полезн}}}{P} \cdot 100\ \% = \frac{R}{R + r} \cdot 100\ \%.$$

КПД источника увеличивается при возрастании сопротивления внешней цепи и при силе тока, соответствующей максимальной полезной мощности, $\eta_{max} = 0{,}5$.

Обратите внимание, что для получения большого КПД источника должно выполняться условие $1 + \frac{r}{R} \approx 1$. Это возможно, когда внешнее сопротивление $R >> r$. В случае, когда $R << r$, практически вся мощность будет выделяться в источнике, что может привести к перегреву и выходу из строя.

Условия получения максимальной полезной мощности и максимального КПД источника несовместимы. КПД $\eta_{max} = 0{,}5$, когда максимальная полезная мощность достигает своего наибольшего значения. Если же КПД близок к единице, то максимальная полезная мощность значительно меньше той, которой может достигнуть данный источник.

При решении задач на расчет электрических цепей, содержащих конденсаторы и сопротивления, в которых проходит постоянный электрический ток, обычно требуется определить напряжение на конденсаторе или его заряд.

### Алгоритм решения

- При расчете цепи ветвь, в которую включен конденсатор, не учитывать (ток в ней проходит в течение очень малого промежутка времени, пока конденсатор не зарядится).
- Найти силы токов в ветвях и падения напряжений между всеми узлами цепи без ветви, содержащей конденсатор.
- Для определения падения напряжения $U_C$ на конденсаторе обходить любой из контуров, содержащих конденсатор.
- Определить заряд конденсатора по формуле $q = CU_C$.

### Ответы к заданиям и решение задач

**Задание 1.** $\eta = \frac{I_к - I}{I_к} \cdot 100\ \% = 69\ \%$.

КПД источника тока находим по формуле

$$\eta = \frac{P_{полезн}}{P} \cdot 100\ \% = \frac{R}{R + r} \cdot 100\ \%.$$

Согласно закону Ома для полной цепи

$$I = \mathscr{E}\frac{1}{R + r}.$$

Ток короткого замыкания цепи

$$I_к = \mathscr{E}\frac{1}{r}.$$

Выражая внутреннее и внешнее сопротивление из записанных уравнений, получим

$$\eta = \frac{I_к - I}{I_к} = 0{,}69.$$

**Задание 2.** $\eta = 67\ \%$.

КПД аккумулятора находим по формуле

$$\eta = \frac{P_{полезн}}{P} \cdot 100\ \% = \frac{R}{R + r} \cdot 100\ \%.$$

Согласно закону Ома для полной цепи

$$I = \mathscr{E}\frac{1}{R + r}.$$

Записывая закон Ома для полной цепи в случае замыкания на сопротивление $R = 10$ Ом, получим

$$r = \frac{1 - \eta}{\eta}R.$$

Тогда КПД цепи при замыкании на резистор сопротивлением $R_2 = 20$ Ом

$$\eta = \frac{R_2}{R_2 + r} = 0{,}67.$$

**Задание 3.** $R = \frac{\mathscr{E}d}{2(\mathscr{E} - \mathscr{E}d)}r = 0{,}20$ Ом.

Напряженность электростатического поля между обкладками конденсатора

$$\mathscr{E} = \frac{U}{d},$$

где $U$ — напряжение на конденсаторе.

В рассматриваемом случае

$$I = \frac{\mathscr{E}}{2R + r},$$

где $r$ — внутреннее сопротивление источника.

Далее выразим напряжение на конденсаторе

$$U = I2R = \frac{2R\mathscr{E}}{2R + r}.$$

Подставляя выражение для напряжения в формулу для напряженности, получим

$$R = \frac{\mathscr{E}d}{2(\mathscr{E} - \mathscr{E}d)}r = 0{,}20 \text{ Ом}.$$

**Задание 4.** $q = CR_1\frac{\mathscr{E}}{R_1 + R_2 + r} = 4{,}6$ мкКл.

Сила тока в цепи определяется только значениями сопротивлений резисторов, поскольку в цепи, содержащей конденсатор, ток не идет:

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R_1 + R_2 + r}.$$

Падение напряжения на резисторе $R_1$ определяет напряжение на конденсаторе, и его заряд

$$q = CU = CIR_1 = CR_1\frac{\mathscr{E}}{R_1 + R_2 + r} = 4{,}6 \text{ мкКл}.$$

**Задание 5.** $\varphi_{AB} = \mathscr{E}\dfrac{C_4C_1 - C_2C_3}{(C_3 + C_4)(C_1 + C_2)}$.

Для определения разности потенциалов достаточно пройти по различным контурам (верхнему и нижнему), изображенным на схеме (см. рис. в тетради).

При обходе по разным контурам получим систему уравнений

$$\begin{cases} U_1 + U_2 = \mathscr{E}, \\ U_3 + U_4 = \mathscr{E}, \end{cases}$$

где $U_1$, $U_2$, $U_3$, $U_4$ — напряжения на каждом конденсаторе соответственно.

Кроме того, для каждой пары конденсаторов справедливы равенства:

$$C_1U_1 = C_2U_2,\ C_3U_3 = C_4U_4.$$

Решая систему, получим

$$U_1 = \frac{C_2\mathscr{E}}{C_1 + C_2}; \quad U_2 = \frac{C_1\mathscr{E}}{C_1 + C_2};$$

$$U_3 = \frac{C_4\mathscr{E}}{C_3 + C_4};$$

$$U_4 = \frac{C_3\mathscr{E}}{C_3 + C_4}.$$

$$\varphi_{AB} = U_3 - U_1 = \mathscr{E}\frac{C_4C_1 - C_2C_3}{(C_3 + C_4)(C_1 + C_2)}.$$

## Занятие 31. Электрический ток в растворах и расплавах электролитов

### Повторение

Явление выделения химических составных частей проводника при прохождении по нему тока получило название **электролиза**.

**Первый закон Фарадея:** масса вещества $m$, выделяющегося на каком-либо из электродов, прямо пропорциональна заряду $q$, прошедшему через электролит:

$$m = Kq = KI\Delta t.$$

**Второй закон Фарадея:** электрохимический эквивалент пропорционален химическому эквиваленту данного вещества:

$$K = C\frac{M}{Z}.$$

Оба закона Фарадея можно выразить одной формулой:

$$m = \frac{M}{Z}\frac{q}{F},$$

где $F = \frac{1}{C} = eN_{\text{A}} = 9{,}65\cdot10^4\ \frac{\text{Кл}}{\text{моль}}$ — **постоянная Фарадея,** численно равная заряду, который должен пройти через электролит, чтобы на электроде выделилось количество $\nu = 1$ моль одновалентного вещества.

## Ответы к заданиям и решение задач

**Задание 1.** $\Delta t = \frac{q}{I} = e\frac{m_1}{Im_0} = 1{,}1\cdot10^5$ с $= 31$ ч.

При разложении воды массой $m = 2{,}0$ г образуется атомарный водород массой $m_1 = \frac{m}{9}$, на восстановление которого необходим заряд (валентность водорода 1)

$$q = eN = e\frac{m_1}{m_0},$$

где $m_0$ — масса атома водорода.

Соответственно искомый промежуток времени

$$\Delta t = \frac{q}{I} = e\frac{m_1}{Im_0} = 1{,}1\cdot10^5\ \text{с} = 31\ \text{ч}.$$

**Задание 2.** $m = \eta K\frac{W}{U} = 1{,}0$ кг.

Согласно первому закону электролиза

$$m = Kq,$$

где $K$ — электрохимический эквивалент алюминия.

Затраченная на производство энергия

$$W = qU,$$

отсюда

$$q = \frac{W}{U}.$$

Следовательно, в случае идеальной установки

$$m = kq = k\frac{W}{U}.$$

С учетом коэффициента полезного действия установки

$$m = \eta K \frac{W}{U}.$$

Расчет дает

$$m = \eta K \frac{W}{U} = 1{,}0 \text{ кг.}$$

**Задание 3.** $m_2 = m_1 \dfrac{K_2}{K_1} = 1{,}5$ г.

Согласно первому закону электролиза на электродах выделяется масса вещества

$$m = Kq,$$

где $K$ — электрохимический эквивалент данного вещества.

Поскольку заряд, прошедший по цепи, одинаков для водорода и для хлора, то отношение их масс

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{K_1}{K_2} \Rightarrow m_2 = m_1 \frac{K_2}{K_1}.$$

Расчет дает

$$m_2 = m_1 \frac{K_2}{K_1} = 1{,}5 \text{ г.}$$

**Задание 4.** $Z = \dfrac{M}{m}\dfrac{q}{F} = 3.$

Согласно первому закону электролиза

$$m = Kq,$$

где $K$ — электрохимический эквивалент алюминия.

Согласно второму закону электролиза

$$m = \frac{M}{Z}\frac{q}{F},$$

где $Z$ — искомая валентность алюминия.

Подставляя численные значения, получаем

$$Z = \frac{M}{m}\frac{q}{F} = 3.$$

**Задание 5.** $U_{\min} = q\dfrac{M}{N_A e}$, $U_{\min} = 1{,}23$ В.

Если $U$ — напряжение на зажимах электролизной ванны и $I$ — сила пропускаемого тока, то для проведения электролиза воды в течение промежутка времени $\Delta t$ необходимо затратить энергию $W = UI\Delta t = UQ$, где $Q$ — заряд, прошедший через ванну.

При этом из ванны выделится водород массой

$$m = \frac{MQ}{N_A e},$$

где $M = 1 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ — молярная масса выделяющегося атомарного водорода.

При сгорании этого водорода образуется вновь вода и выделяется энергия $W_1 = qm$.

Из закона сохранения энергии следует, что $W > W_1$,

$$UQ > q\frac{MQ}{N_A e}.$$

Отсюда $U_{min} = q\frac{M}{N_A e}$, $U_{min} = 1{,}23$ В.

## Занятие 32. Магнитное поле электрического тока. Измерение индукции магнитного поля

### Повторение

На основе аналогии экспериментов с магнитами и электромагнитами восстанавливается важное понятие о том, что магнитные явления обусловлены в конечном итоге движением электрических зарядов (электрическими токами). Учащиеся должны понять, что вокруг движущихся зарядов существует магнитное поле. Там, где есть ток, есть и магнитное поле.

В качестве индикатора магнитного поля рядом с проводами помещают магнитную стрелку. При замыкании ключа по проводникам проходит ток, о чем можно судить по загоревшимся лампам. Проводники притянутся друг к другу. Магнитная стрелка повернется, обнаружив магнитное поле. Наконец, изменяя направление тока в одном из проводников, показывают их отталкивание и заключают, что взаимодействие проводников зависит и от направления движения в них электрических зарядов.

Эксперименты позволяют сформировать начальное понятие о магнитном поле. Для этого прибегают к следующим объяснениям. Вокруг проводника с током существует магнитное поле. Оно и действует на второй проводник, точнее, на его движущиеся заряды.

**Сопоставление свойств электрического и магнитного полей**

- Электрическое поле существует в пространстве вокруг покоящихся или движущихся зарядов. Магнитное поле порождается только движущимися зарядами.
- Магнитное действие тока существует всегда, в отличие от химического, теплового, светового.
- Магнитное поле, как и электрическое, материально, так как оно действует на тела и, следовательно, обладает энергией.
- В отличие от электрического магнитное поле обнаруживается по его действию только на движущиеся заряды.

Расположив модель рамки или магнитную стрелку на некотором расстоянии от электромагнита, изменяют в нем ток и обнаруживают увеличение или уменьшение действия на них магнитного поля. Действие поля может быть больше или меньше и, кроме того, имеет определенную направленность. Следовательно, оно должно характеризоваться некоторой векторной величиной, которая называется **вектором индукции магнитного поля**. За направление можно принять направление, по которому располагается ось магнитной стрелки, например от $S$ к $N$. Это направление можно определить и по рамке с током.

Для определения направления линий индукции магнитного поля прямолинейного проводника с током необходимым и достаточным является *правило буравчика*, или *правого винта*. Для магнитов или электромагнитов правило дополняется положением о том, что линии индукции магнитного поля выходят из северного полюса и входят в южный или уходят в бесконечность.

Вектор $\vec{B}$ в любой точке поля лежит в плоскости, перпендикулярной проводнику, и направлен по касательной к соответствующей окружности. Ослабление поля с расстоянием легко обнаружить с помощью магнитной стрелки.

При графическом изображении полей условились линии индукции располагать гуще в тех местах поля, где больше магнитная индукция.

В отличие от силовых линий электрического поля, которые начинаются на положительных зарядах и уходят в бесконечность или кончаются на отрицательном заряде, линии магнитной индукции замкнуты. Поэтому магнитное поле называют *вихревым* (*непотенциальным*). Замкнутость линий индукции магнитного поля означает также отсутствие магнитных зарядов.

### Ответы к заданиям и решение задач

**Задание 1.** а) $F = IBl = 17{,}9$ Н; б) $F = IBl\sin\alpha = 12{,}6$ Н.

а) Если проводник расположен перпендикулярно вектору $\vec{B}$, то искомая сила

$$F = IBl = 17{,}9 \text{ Н}.$$

б) Если проводник расположен под углом, то искомая сила

$$F = IBl\sin\alpha = 12{,}6 \text{ Н}.$$

**Задание 2.** Индукция магнитного поля на расстоянии $x$ от прямого провода с током, по которому проходит ток силой $I$, находится по формуле

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}.$$

**Задание 3.** $I = \dfrac{B2\pi r}{\mu_0} = 1{,}5$ кА.

Используя формулу из предыдущего задания $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi x}$ и полагая $x = r$, выразим максимальную силу тока:

$$I = \frac{B2\pi r}{\mu_0} = 1{,}5 \cdot 10^3 \text{ А} = 1{,}5 \text{ кА}.$$

**Задание 4.** Используя правило буравчика, находим, что направление линий индукции магнитного поля соответствует направлению вращения часовой стрелки (рис. 27, *а*).

Решение первого пункта задачи позволяет утверждать, что ток в проводнике на втором рисунке идет в направлении от нас (за чертеж) (рис. 27, *б*).

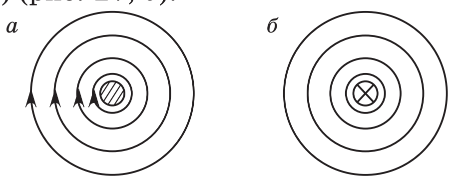



*Рис. 27*

**Задание 5.** Физические процессы в данной системе проходят по следующей схеме. При опускании спирали в ртуть цепь замыкается и по ней начинает идти электрический ток.

При прохождении электрического тока витки пружины притягиваются друг к другу, что вызывает ее сокращение. При достаточно большом токе силы Ампера становятся больше силы тяжести и пружина начинает двигаться вверх, т. е. сокращаться.

При сокращении пружины ее нижний край поднимается из ртути и вновь размыкает цепь. Таким образом, система возвращается в исходное состояние.

При размыкании цепи силы Ампера исчезают, и нижний край пружины вновь опускается в ртуть.

Таким образом, процесс становится периодическим, и мы наблюдаем автоколебательную систему в действии.

## Занятие 33. Принцип суперпозиции магнитных полей

### Повторение

Так же как и для электрических полей, для магнитных выполняется *принцип суперпозиции магнитных полей.*

**Принцип суперпозиции магнитных полей:** если магнитное поле в данной точке пространства создается несколькими проводниками с током, то индукция результирующего поля есть векторная сумма индукций полей, создаваемых каждым проводником с током в отдельности:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \ldots + \vec{B}_n.$$

Графически магнитные поля изображаются с помощью линий, называемых **линиями индукции магнитного поля**. Касательная к любой линии в каждой точке направлена вдоль вектора индукции магнитного поля $\vec{B}$.

## Ответы к заданиям и решение задач

**Задание 1.** Не равна нулю.

В центре петли с током результирующая индукция не равна нулю, поскольку векторы индукции магнитного поля каждого элемента сонаправлены.

В отличие от случая электрического поля здесь элементарные поля имеют одинаковые направления и по принципу суперпозиции магнитного поля складываются друг с другом.

Более того, поле кольца с током принимает максимальное значение именно в его центре, тогда как для случая равномерно заряженного кольца оно обращается в нуль.

**Задание 2.** а) $B = \frac{\mu_0}{\pi l}(I - I_1)$; б) $B = \frac{\mu_0}{\pi l}(I + I_1)$.

а) Если токи идут в одном и том же направлении, то согласно принципу суперпозиции магнитных полей индукция результирующего магнитного поля равна разности индукций каждого из проводов, так как векторы равны по модулю и противоположны по направлению:

$$B = B_1 - B_2 = \frac{\mu_0 I}{\pi l} - \frac{\mu_0 I_1}{\pi l} = \frac{\mu_0}{\pi l}(I - I_1).$$

б) Если токи идут в разных направлениях, то индукция результирующего магнитного поля равна сумме индукций каждого провода, поскольку в данном случае векторы параллельны друг другу:

$$B = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 I}{\pi l} + \frac{\mu_0 I_1}{\pi l} = \frac{\mu_0}{\pi l}(I + I_1).$$

**Задание 3.** $B = \frac{\mu_0}{2\pi d}\sqrt{I_1^2 + I_2^2} = 0{,}10$ мкТл.

Векторы индукции магнитных полей, создаваемых каждым из скрещенных проводников, будут взаимно перпендикулярны. Согласно принципу суперпозиции магнитных полей

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2.$$

По теореме Пифагора имеем

$$B^2 = B_1^2 + B_2^2,$$

откуда найдем

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}.$$

С учетом того, что точка рассмотрения равноудалена от проводников, можем записать:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}, \quad B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}.$$

С учетом последних выражений

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \frac{\mu_0}{2\pi d}\sqrt{I_1^2 + I_2^2} = 10 \cdot 10^{-9}\ \text{Тл} = 0{,}10\ \text{мкТл}.$$

**Задание 4.** $B_2 = 12$ мТл, $I = 6{,}0$ А.

Результирующая индукция магнитного поля находится по принципу суперпозиции:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2.$$

С учетом того, что плоскости витков расположены под прямым углом друг к другу, применим теорему Пифагора:

$$B^2 = B_1^2 + B_2^2.$$

Из последнего равенства найдем $B_2 = \sqrt{B^2 - B_1^2}$.

Расчет дает $B_2 = 12$ мТл.

Радиус проводников можно найти, зная модуль индукции магнитного поля, создаваемого первым кольцом:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2R} \Rightarrow R = \frac{\mu_0 I}{2B_1}.$$

Это соответствует силе тока в проводнике:

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2R} \Rightarrow I = I_1 \frac{B_2}{B_1} = 6{,}0\ \text{А}.$$

**Задание 5.** $B = \frac{1}{2}\frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{\mu_0 I}{4R}$.

При решении подобных задач следует учесть, что магнитное поле, создаваемое половиной кольца с током, равно половине магнитного поля, создаваемого полным кольцом с током. Следовательно,

$$B = \frac{1}{2}\frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{\mu_0 I}{4R}.$$

При решении задачи следует обратить внимание учащихся, что магнитное поле, создаваемое участками прямого провода в точке $O$, равно нулю.

## Занятие 34. Закон электромагнитной индукции

### Повторение

Вектор индукции $\vec{B}$ магнитного поля характеризует его силовые свойства. Нарисованные линии индукции магнитного поля создают наглядную картину поля, причем их густота позволяет судить о модуле вектора $\vec{B}$ в данной области поля. Для вычисления работы магнитных сил необходимо знать не только индукцию магнитного поля $\vec{B}$, но и характеристики контура с током: его размеры и ориентацию по отношению к вектору $\vec{B}$. Для этой цели вводится понятие *магнитного потока* через контур.

**Магнитный поток** — физическая скалярная величина, равная произведению модуля магнитной индукции $\vec{B}$, площади поверхности $S$ и косинуса угла $\alpha$ между вектором $\vec{B}$ и нормалью $\vec{n}$ к поверхности:

$$\Phi = BS\cos\alpha.$$

Подчеркнем, что в общем случае магнитный поток $\Phi = BS\cos\alpha$ может изменяться в результате изменения как индукции магнитного поля, так и площади витка или угла $\alpha$. Заметим, что магнитный поток характеризует число линий индукции магнитного поля, пронизывающих данный замкнутый контур.

**Закон электромагнитной индукции:** ЭДС индукции в замкнутом проводящем контуре равна скорости изменения пронизывающего его магнитного потока, взятой с противоположным знаком:

$$\mathscr{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

**Правило Ленца:** возникающий в контуре индукционный ток имеет такое направление, что созданный им магнитный поток через ограниченную контуром площадь стремится компенсировать изменение магнитного потока, вызвавшее данный ток.

Отражением этого правила является знак «минус» в формуле для ЭДС индукции $\mathscr{E}_i$.

Обратите внимание на следующее:

- Электрическое поле точечных зарядов потенциально. Его силовой характеристикой является вектор напряженности. Силовые линии поля начинаются и кончаются на электрических зарядах или уходят в бесконечность.
- Магнитное поле непотенциально. Его силовой характеристикой является вектор индукции магнитного поля. Магнитных зарядов нет. Линии индукции замкнуты или уходят в бесконечность, как, например, линии у полюсов магнита.
- Изменяющееся магнитное поле вызывает появление электрического поля, которое перемещает ранее неподвижные заряды по замкнутой цепи. При этом ЭДС индукции $\mathscr{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$.
- Возникшее электрическое поле непотенциально, так как его силовые линии замкнуты. Такое поле называют вихревым, т. е. изменяющееся магнитное поле создает вихревое электрическое поле, и если в поле есть проводники, то в них возникает ток.

Идея Максвелла: любое переменное магнитное поле возбуждает вокруг себя вихревое электрическое поле, т. е. электрическое поле с замкнутыми силовыми линиями, охватывающими линии индукции магнитного поля.

**ЭДС индукции в движущихся проводниках**

ЭДС индукции возникает только в движущейся в магнитном поле части проводника. Именно участок проводника, в котором возникает ЭДС, является генератором электрической энергии и выполняет такую же роль, как, например, гальванический элемент в цепи. Заряды перемещает сила Лоренца $F = qvB\sin\alpha$, которая совершает на активном участке работу $A = Fl = qvBl\sin\alpha$. Поэтому в однородном магнитном поле ЭДС $\mathscr{E} = vBl\sin\alpha$.

## Ответы к заданиям и решение задач

**Задание 1.** Если магнит входит в кольцо из диэлектрика, то в кольце возникает только ЭДС индукции. Индукционный ток не возникает по причине большого сопротивления диэлектрика (отсутствие свободных носителей тока).

При внесении магнита в кольцо из проводящего материала возникают как ЭДС индукции, так и индукционный ток.

При внесении магнита в кольцо из сверхпроводника возникает достаточно большой индукционный ток, который вследствие конечной индуктивности кольца практически не позволяет измениться магнитному потоку через сверхпроводник.

**Задание 2.** $\Delta\Phi = 0{,}50$ мВб.

При вертикальном положении витка магнитный поток через него равен нулю ($\Phi_1 = 0$), поскольку плоскость витка параллельна индукции магнитного поля.

При горизонтальном положении витка магнитный поток $\Phi_2 = BS$.

Таким образом, изменение магнитного потока

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = \Phi_2 = BS = 0{,}50 \text{ мВб}.$$

**Задание 3.** $\Delta\Phi = 3{,}2$ мВб.

Начальное значение магнитного потока через контур в форме равностороннего треугольника

$$\Phi_1 = BS = B\frac{1}{2}a^2 \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{4}Ba^2.$$

Конечное значение магнитного потока после преобразования треугольника в квадрат $\Phi_2 = BS = Bb^2$, где $b$ — сторона квадрата.

Для нахождения стороны квадрата заметим, что периметр фигуры не изменяется, следовательно,

$$3a = 4b \quad \Rightarrow \quad b = \frac{3}{4}a.$$

С учетом последнего соотношения получим

$$\Phi_2 = BS = Bb^2 = \frac{9}{16}Ba^2.$$

Соответственно изменение магнитного потока

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = \frac{9}{16}Ba^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}Ba^2 = Ba^2\frac{9 - 4\sqrt{3}}{16}.$$

Расчет дает

$$\Delta\Phi = 3{,}2 \cdot 10^{-3} \text{ Вб} = 3{,}2 \text{ мВб}.$$

**Задание 4.** $q = 1{,}6$ мкКл.

При переворачивании металлического кольца магнитный поток через него изменяется от значения $\Phi_1$ до значения $-\Phi_1$, так как плоскость кольца поворачивается на 180°.

Следовательно, по закону электромагнитной индукции в кольце возникает ЭДС:

$$\mathscr{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{-\Phi_1 - \Phi_1}{\Delta t} = \frac{2\Phi_1}{\Delta t} = \frac{2B\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2}{\Delta t}.$$

По закону Ома ток через кольцо

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R} = \frac{2B\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2}{R\Delta t}.$$

Соответственно заряд, прошедший через металлическое кольцо при его переворачивании, найдем как

$$q = I\Delta t = \frac{2B\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2}{R} = 1{,}6 \cdot 10^{-6}\ \text{Кл} = 1{,}6\ \text{мкКл}.$$

**Задание 5.** $Q = \frac{\mathscr{E}^2}{R}\Delta t = \left(\frac{BNa^2}{\Delta t}\right)^2 \frac{\Delta t}{R} = 2{,}3\ \text{мДж}.$

Начальный магнитный поток через катушку

$$\Phi_1 = BNS = BNa^2.$$

Согласно закону электромагнитной индукции Фарадея

$$\mathscr{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\Delta t} = \frac{\Phi_1}{\Delta t} = \frac{BNa^2}{\Delta t}.$$

Количество теплоты, выделяемое в катушке, найдем по закону Джоуля — Ленца:

$$Q = \frac{\mathscr{E}^2}{R}\Delta t = \left(\frac{BNa^2}{\Delta t}\right)^2 \frac{\Delta t}{R} = 2{,}3\ \text{мДж}.$$

**Задание 6.** К центру диска.

Поскольку линии индукции магнитного поля направлены от северного полюса к южному, то на рисунке они будут ориентированы сверху вниз.

Учитывая направление вращения диска на рисунке, найдем, что согласно правилу Ленца в данном случае вследствие изменения магнитного потока возникнут индукционные токи, направленные к центру диска.

Подобное устройство используется в спидометре автомобиля, которое по своей сути является вольтметром, измеряющим ЭДС индукции.

Поскольку ЭДС индукции в движущихся проводниках

$$\mathscr{E} = vBl\sin\alpha$$

пропорциональна скорости движения, то и сила тока в соответствующей цепи будет также пропорциональна скорости движения автомобиля.

Для удобства пользования шкала спидометра проградуирована не в вольтах, а в единицах измерения скорости движения, т. е. $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

В. И. Анцулевич


# 11 класс

# Повторяю физику, проверяю себя

## ПРОГРАММА ФАКУЛЬТАТИВНЫХ ЗАНЯТИЙ
(1 час в неделю, всего 35 часов)

| Тема | Количество часов | Содержание программы |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| Программа вступительных испытаний и требования к уровню подготовки ЦТ по физике | 1 | Программа вступительных испытаний и требования к уровню подготовки ЦТ по физике. Обзор заданий, предлагавшихся на ЦТ в предыдущие годы.<br>[1] Занятие 1 |
| Кинематика | 4 | Система задач по темам «Равномерное прямолинейное движение. Равноускоренное прямолинейное движение. Свободное падение. Криволинейное движение». Основные типы задач. Координатный, векторный и графический способы решения задач кинематики.<br>[1] Занятия 2—5 |
| Законы динамики | 3 | Система задач по темам «Законы Ньютона. Силы в механике. Движение связанных тел. Динамика движения материальной точки по окружности». Основные типы задач. Алгоритм решения задач динамики.<br>[1] Занятия 6—8 |
| Законы сохранения в механике | 3 | Система задач по темам «Импульс. Закон сохранения импульса. Реактивное движение. Механическая работа. Мощность. Закон сохранения энергии. Теорема о кинетической энергии». Основные типы задач и методы их решения.<br>[1] Занятия 9—11 |
| Элементы статики и гидростатики | 2 | Система задач по темам «Условия равновесия тел. Механика жидкости и газа».<br>[1] Занятия 12, 13 |
| Основы МКТ | 3 | Система задач по темам «Основное уравнение молекулярно-кинетической теории. Газовые законы. Изопроцессы. Уравнение состояния идеального газа». Основные типы задач и методы их решения.<br>[1] Занятия 14—16 |

*Окончание*

| 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|
| Основы термодинамики | 2 | Система задач по темам «Первый закон термодинамики. Тепловые двигатели. КПД тепловых двигателей». Основные типы задач и методы их решения. [1] Занятия 17, 18 |
| Электростатика | 3 | Система задач по темам «Закон Кулона. Напряженность электростатического поля. Потенциал. Разность потенциалов. Электроемкость. Конденсаторы». Основные типы задач и методы их решения. [1] Занятия 19—21 |
| Законы постоянного тока | 3 | Система задач по темам «Закон Ома для участка цепи. Закон Ома для полной цепи. Работа и мощность тока. Электрический ток в металлах, жидкостях и газах». Основные типы задач и методы их решения. [1] Занятия 22—24 |
| Магнитные явления | 3 | Система задач по темам «Сила Ампера. Сила Лоренца. Электромагнитная индукция. Правило Ленца. Самоиндукция. Индуктивность. Энергия магнитного поля». Основные типы задач и методы их решения. [1] Занятия 25—27 |
| Колебания и волны | 2 | Система задач по темам «Механические колебания и волны. Электромагнитные колебания и волны». Основные типы задач и методы их решения. [1] Занятия 28, 29 |
| Геометрическая оптика | 3 | Система задач по темам «Прямолинейное распространение света. Закон отражения. Закон преломления света. Построение изображений в линзах. Формула тонкой линзы». Основные типы задач и методы их решения. [1] Занятия 30—32 |
| Волновая оптика | 1 | Система задач по темам «Интерференция и дифракция света». Основные типы задач и методы их решения. [1] Занятие 33 |
| Ядерная физика | 1 | Система задач по ядерной физике. Основные типы задач и методы их решения. [1] Занятие 34 |
| Подведение итогов | 1 | [1] Занятие 35 |

Учитель может использовать следующие формы организации познавательной деятельности учащихся: лекцию-беседу; практическое занятие; тест-мини-олимпиаду.

## ОПОРНЫЙ УЧЕБНЫЙ МАТЕРИАЛ

1. Анцулевич, В. И. Физика. 11 класс. Повторяю физику, проверяю себя : рабочая тетрадь : пособие для учащихся общеобразоват. учреждений с белорус. и рус. яз. обучения / В. И. Анцулевич. — Минск : НИО ; Аверсэв, 2010.

# МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

## Занятие 2. Равномерное прямолинейное движение

По большинству задач этой темы можно предложить **алгоритм решения координатным методом.**

1) Анализируя условие задачи, определяем количество материальных точек, описание движения которых необходимо для ответа на поставленные вопросы. Отметим, что это количество может не совпадать с количеством тел, движение которых рассматривается. Примером может быть движение поезда мимо какого-либо объекта, при котором поезд нельзя моделировать материальной точкой, а существенное значение имеет движение локомотива и хвоста поезда;

2) выбирается система координат, необходимая для количественного описания всех движений в данной задаче. Если движение всех материальных точек происходит вдоль одной прямой, выбирается одномерная система координат, в противном случае — двумерная. Изображаем графически ось (оси) выбранной системы координат и отмечаем точку начала координат;

3) в выбранной системе координат обозначаем начальные положения всех участников движения и рисуем векторы их скоростей;

4) пользуясь полученным рисунком, формулируем уравнения движения для каждого участника движения;

5) полученные в п. 4 уравнения движения применяются для значений координат и моментов времени, заданных в условии данной задачи и искомых. Полученных уравнений, как правило, достаточно для завершения решения.

**Задача 1.** $s = 8$ м.

*Решение.* В данной задаче уравнение движения материальной точки уже сформулировано и нет необходимости в графических построениях. Применим формулу:

$$s = |x - x_0|;\ x_0 = 3\text{ м},\ x = -4 \cdot 2 + 3 = -5\text{ м},\ s = |-5 - 3| = 8\text{ м}.$$

**Задача 2.** $x = 10$ м, $\Delta t = 2$ с.

*Решение.* Встреча тел в момент времени $t_1$ означает равенство их координат: $x_1(t_1) = x_2(t_1) \Rightarrow 8 + t_1 = 18 - 4t_1 \Rightarrow t_1 = 2$ с; $x = 8 + 2 = 10$ м, $\Delta t = t_1 - 0 = t_1 = 2$ с.

**Задача 3.** $v_3 = 70\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

*Решение координатным методом.* Выберем одномерную систему координат, начало которой свяжем с Минском, а ось $Ox$ направим в сторону Баранович, представив путь от Минска до Баранович в виде прямолинейного отрезка (рис. 1). За начало отсчета времени примем момент начала движения первого поезда. При этом возникает проблема: мы не знаем расстояния до Баранович, т. е. начальной координаты электрички, а также времени начала ее движения. В этой и в подобных ситуациях при решении любых других физических задач советуем пользоваться следующим правилом.

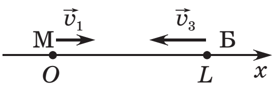


*Рис. 1*

**Если при решении физической задачи остается неизвестным значение какой-либо физической величины и нет возможности ее установить, вводим идентификатор (символьное обозначение) этой величины и решаем задачу в общем виде. Если условие задачи корректно, этот идентификатор сократится в процессе решения. Если не сократится, мы получим параметрическое решение задачи.**

В данной задаче обозначим расстояние до Баранович $L$, а момент старта электрички $t_0$. Выполняем рисунок, на котором отметим координаты и направления скоростей всех участников движения:

уравнение движения первого поезда $x_1 = v_1 t$;

уравнение движения второго поезда $x_2 = v_1(t - \Delta t_1)$;

уравнение движения электрички $x_3 = L - v_3(t - t_0)$.

Если электричка встретилась с первым поездом в момент времени $t_1$, то

$$x_1(t_1) = x_3(t_1) \Rightarrow v_1 t_1 = L - v_3(t_1 - t_0). \qquad (1)$$

Если электричка встретилась со вторым поездом в момент времени $t_2$, то

$$x_2(t_2) = x_3(t_2) \Rightarrow v_1(t_2 - \Delta t_1) = L - v_3(t_2 - t_0). \qquad (2)$$

Вычитая выражение (1) из выражения (2), получим:

$$v_1(t_2 - t_1 - \Delta t_1) = -v_3(t_2 - t_1).$$

Учитывая, что $t_2 - t_1 = \Delta t_2$, получим окончательно:

$$v_1(\Delta t_2 - \Delta t_1) = -v_3\Delta t_2 \quad \Rightarrow \quad v_3 = v_1\left(\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} - 1\right);$$

$$v_3 = 50 \cdot \left(\frac{12}{5} - 1\right) = 70\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}.$$

Другой метод решения этой задачи будет показан на следующем занятии.

**Задача 4.** $l_1 = l\dfrac{v-u}{v+u}$.

*Решение.* Анализируя условие, приходим к выводу, что нам необходимо описать движение первого и последнего спортсменов в колонне (расстояние между ними равно длине колонны), а также тренера, от движения которого зависит эта длина. Выберем одномерную систему координат, ось $Ox$ направим по направлению движения тренера, начало координат совместим с местом встречи тренера и первого спортсмена, отсчет времени начнем от момента этой встречи. Координата последнего спортсмена в начальный момент в выбранной системе координат равна длине колонны $l$. Выполним рисунок 2 в соответствии с рекомендациями алгоритма:

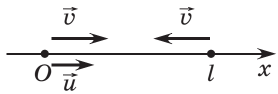


*Рис. 2*

уравнение движения первого спортсмена $x_1 = vt$;

уравнение движения последнего спортсмена $x_2 = l - vt$;

уравнение движения тренера $x_3 = ut$.

Вся колонна развернется, когда координата последнего спортсмена совпадет с координатой тренера. Если это произойдет в момент времени $t_1$, то

$$x_2(t_1) = x_1(t_1) \Rightarrow l - vt_1 = ut_1 \Rightarrow t_1 = \frac{l}{v+u}.$$

В этот момент первый спортсмен окажется в точке $x_1 = vt_1 = \dfrac{lv}{v+u}$, а последний спортсмен и тренер — в точке $x_2 = ut_1 = \dfrac{lu}{v+u}$. Расстояние между этими точками и равно новой длине колонны: $l_1 = x_1 - x_2 \Rightarrow l_1 = l\dfrac{v-u}{v+u}$.

## **Занятие 3.** Равномерное прямолинейное движение. Относительность движения

**Задача 1.** $\Delta t = 80$ с.

*Решение.* Выберем систему координат, ось $Ox$ совместим с дорогой, по которой движется первый автомобиль, а ось $Oy$ — с дорогой, по которой движется второй автомобиль. Начало координат поместим на перекрестке. Выполним рисунок 3, на котором отметим начальные положения и скорости автомобилей. Тогда для начального расстояния $l$ между автомобилями выполняется соотношение

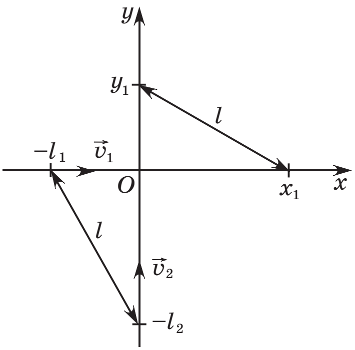



*Рис. 3*

$$l^2 = l_1^2 + l_2^2. \qquad (1)$$

Уравнение движения первого автомобиля

$$x_1 = -l_1 + v_1\Delta t,\ y_1 = 0; \qquad (2)$$

уравнение движения второго автомобиля

$$x_2 = 0,\ \ y_2 = -l_2 + v_2\Delta t. \qquad (3)$$

Через промежуток времени $\Delta t$ расстояние между автомобилями станет таким, что

$$l^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 \Rightarrow l^2 = (-l_1 + v_1\Delta t)^2 + (-l_2 + v_2\Delta t)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ l^2 = l_1^2 - 2l_1v_1\Delta t + v_1^2\Delta t^2 + l_2^2 - 2l_2v_2\Delta t + v_2^2\Delta t^2. \qquad (4)$$

Приравняем правые части выражений (1) и (4):

$$l_1^2 + l_2^2 = l_1^2 - 2l_1v_1\Delta t + v_1^2\Delta t^2 + l_2^2 - 2l_2v_2\Delta t + v_2^2\Delta t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2l_1v_1\Delta t + v_1^2\Delta t^2 - 2l_2v_2\Delta t + v_2^2\Delta t^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \Delta t = \frac{2(l_1v_1 + l_2v_2)}{v_1^2 + v_2^2};\quad \Delta t = \frac{2\cdot(400\cdot 15 + 950\cdot 20)}{15^2 + 20^2} = 80\ \text{с}.$$

**Задача 2.** $\langle v_{\text{пути}}\rangle = 35\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $\langle v_{\text{перем}}\rangle = 25\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

*Решение.* Изобразим траекторию движения вертолета (рис. 4). Перемещение $\Delta\vec{r}$ вертолета равно сумме перемещения $\Delta\vec{r}_1$ в северном направлении и перемещения $\Delta\vec{r}_2$ на восток:

$\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}_1 + \Delta\vec{r}_2$. Путь $s$ равен сумме модулей перемещений в этих направлениях: $s = \Delta r_1 + \Delta r_2$. Если все время движения равно $\Delta t$, то

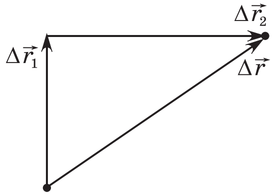


*Рис. 4*

$$\Delta r_1 = v_1 \cdot \frac{\Delta t}{2} \text{ и } \Delta r_2 = v_2 \cdot \frac{\Delta t}{2}.$$

Тогда

$$s = (v_1 + v_2)\frac{\Delta t}{2}, \ \langle v_{\text{пути}} \rangle = \frac{s}{\Delta t} = \frac{1}{2}(v_1 + v_2);$$

$$\langle v_{\text{пути}} \rangle = \frac{1}{2}(30 + 40) = 35\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Модуль перемещения находим с помощью рисунка по теореме Пифагора:

$$\Delta r = \sqrt{\Delta r_1^2 + \Delta r_2^2} = \frac{\Delta t}{2}\sqrt{v_1^2 + v_2^2}; \ \langle v_{\text{перем}} \rangle = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{1}{2}\sqrt{v_1^2 + v_2^2},$$

$$\langle v_{\text{перем}} \rangle = \frac{1}{2}\sqrt{30^2 + 40^2} = 25\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

**Задача 3.** $\Delta t = 5$ мин.

*Решение.* Переведем исходные данные в СИ: $v_1 = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $v_2 = 15\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Модуль относительной скорости тел $v_{\text{отн}} = |v_2 - v_1|$. С этой скоростью тела сближаются. Расстояние $l$ между ними сократится до нулевого за промежуток времени

$$\Delta t = \frac{l}{v_{\text{отн}}} = \frac{l}{|v_2 - v_1|}; \ \Delta t = \frac{1500}{|15 - 20|} = 300 \text{ с} = 5 \text{ мин}.$$

**Задача 4** (см. задачу 3, занятие 2). $v_3 = 70\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

*Решение через относительность движения.* Поезда движутся с одинаковой скоростью, поэтому расстояние между ними не изменяется:

$$L = v_1 \Delta t_1. \qquad (1)$$

Электричка движется навстречу поездам, и ее скорость в системе отсчета, связанной с поездами,

$$v_{\text{отн}} = v_1 + v_3. \qquad (2)$$

Двигаясь с этой скоростью, электричка преодолела расстояние $L$ за промежуток времени $\Delta t_2$, следовательно,

$$L = v_{\text{отн}}\Delta t_2 \Rightarrow v_1\Delta t_1 = (v_1 + v_3)\Delta t_2 \Rightarrow v_3 = v_1\left(\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} - 1\right);$$

$$v_3 = 50 \cdot \left(\frac{12}{5} - 1\right) = 70\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}.$$

Разумеется, это решение проще, чем решение координатным методом, однако применение принципа относительности движений у большинства учащихся вызывает затруднения в отличие от координатного метода, где действовать надо по известному алгоритму.

**Задача 5.** $l = 15$ м.

*Решение.* Закон сложения скоростей $\vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{u}$, где $\vec{v}$ — скорость тела, измеренная в неподвижной системе отсчета; $\vec{v}\,'$ — скорость тела, измеренная в движущейся системе отсчета; $\vec{u}$ — скорость движущейся системы отсчета относительно неподвижной системы отсчета.

Телом, движение которого изучаем, является лодка. Неподвижная система отсчета связана с берегом. Движущаяся система отсчета связана с водой. Скорость течения $v_2$ — это скорость движущейся системы отсчета (воды) относительно неподвижной системы отсчета (берега), $\vec{v}_2 = \vec{u}$. Скорость лодки в стоячей воде $v_1$ — это скорость тела в движущейся системе отсчета, $\vec{v}_1 = \vec{v}\,'$. Скорость лодки относительно берега (скорость тела относительно неподвижной системы отсчета) определяется правилом сложения скоростей $\vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{u}$ и на рисунке будет диагональю параллелограмма, построенного на сторонах $\vec{v}\,'$ и $\vec{u}$. Изобразим эти скорости, а также траекторию движения лодки на рисунке 5. На рисунке видно, что треугольник $ABC$ подобен треугольнику, построенному на векторах скоростей, следовательно,

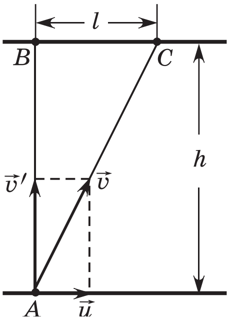


*Рис. 5*

$$\frac{l}{h} = \frac{u}{v'} \Rightarrow l = h\frac{u}{v'} \Rightarrow l = h\frac{v_2}{v_1};\ l = 45 \cdot \frac{0{,}5}{1{,}5} = 15 \text{ м}.$$

## Занятие 4. Равноускоренное прямолинейное движение. Свободное падение

**Задача 1.** $s = 20$ м.

*Решение.* Приведенное в условии уравнение описывает равноускоренное движение материальной точки. Сравнивая его с уравнением равноускоренного движения в общем виде $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$, определим, что $x_0 = 2{,}0$ м, $v_{0x} = 6{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $a_x = -1{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Зависимость проекции скорости точки от времени при равноускоренном движении имеет вид: $v_x = v_{0x} + a_x t$. Поскольку проекция начальной скорости $v_{0x}$ положительна, а проекция ускорения $a_x$ отрицательна, материальная точка в процессе движения изменит направление движения на противоположное. Промежуток времени $\Delta t_1$, в течение которого проекция скорости будет положительна, определим из условия:

$$v_x = 0 \Rightarrow 0 = v_{0x} + a_x\Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = -\frac{v_{0x}}{a_x};\ \Delta t_1 = -\frac{6{,}0}{-1{,}0} = 6{,}0\ \text{с}.$$

Это меньше, чем $\Delta t$. Следовательно, пройдя путь $s_1$ от точки с координатой $x_0$ до точки с координатой $x_1$, материальная точка развернется и пройдет еще путь $s_2$ до конечного пункта $x_2$. Весь путь точки равен: $s = s_1 + s_2$, где $s_1 = |x_1 - x_0|$, $s_2 = |x_2 - x_1|$ $\Rightarrow$ $s = |x_1 - x_0| + |x_2 - x_1|$ (рис. 6).

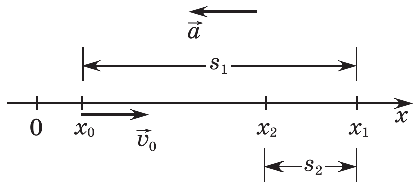


*Рис. 6*

Определим координаты $x_1$ и $x_2$:

$$x_1 = x_0 + v_{0x}\Delta t_1 + \frac{a_x\Delta t_1^2}{2};\quad x_1 = 2{,}0 + 6{,}0 \cdot 6{,}0 - 0{,}5 \cdot 6{,}0^2 = 20\ \text{м};$$

$$x_2 = x_0 + v_{0x}\Delta t + \frac{a_x\Delta t^2}{2};\quad x_2 = 2{,}0 + 6{,}0 \cdot 8{,}0 - 0{,}5 \cdot 8{,}0^2 = 18\ \text{м};$$

$$s = |20 - 2{,}0| + |18 - 20| = 20\ \text{м}.$$

*Графическое решение.* Определив проекции начальной скорости $v_{0x} = 6{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ и ускорения $a_x = -1{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, запишем уравне-

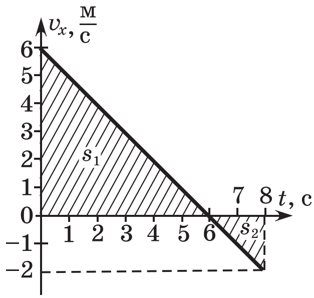



*Рис. 7*

ние зависимости проекции скорости материальной точки от времени:

$$v_x = 6{,}0 - 1{,}0t.$$

Построим график этой зависимости (рис. 7). Путь равен площади фигуры, ограниченной графиком скорости. На рисунке видно, что весь путь состоит из пути $s_1$ в положительном направлении оси $Ox$ и пути $s_2$ в обратном направлении. Каждый из этих путей равен площади заштрихованного треугольника:

$$s_1 = \frac{1}{2}\cdot\left(6\ \frac{\text{м}}{\text{с}}\cdot 6\ \text{с}\right) = 18\ \text{м};\ \ s_2 = \frac{1}{2}\cdot\left(2\ \frac{\text{м}}{\text{с}}\cdot 2\ \text{с}\right) = 2\ \text{м}.$$

Весь путь

$$s = s_1 + s_2;\ s = 18\ \text{м} + 2\ \text{м} = 20\ \text{м}.$$

**Задача 2.** $\langle v\rangle = 3\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

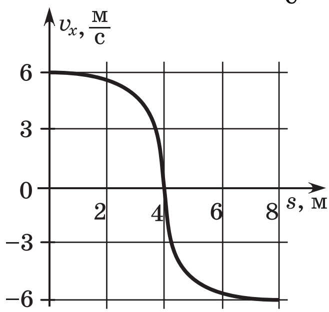



*Рис. 8*

*Решение.* Анализируя рисунок 8, определяем проекцию скорости на ось $Ox$ в момент начала отсчета времени: $v_{0x} = 6\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Пройдя путь $s_1 = 4$ м, тело совершило перемещение, проекция которого $\Delta x_1 = s_1 = 4$ м, а проекция скорости $v_{1x} = 0$.

Для определения проекции ускорения тела воспользуемся формулой:

$$2a_x\Delta x_1 = v_{1x}^2 - v_{0x}^2 \Rightarrow a_x = \frac{v_{1x}^2 - v_{0x}^2}{2\Delta x_1};\quad a_x = \frac{0 - 6^2}{2\cdot 4} = -4{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

За промежуток времени $\Delta t = 4$ с тело совершит перемещение, проекция которого определяется выражением

$$\Delta x = v_{0x}\Delta t + \frac{a_x\Delta t^2}{2}.$$

При прямолинейном движении вдоль оси $Ox$ модуль перемещения равен абсолютному значению проекции перемещения:

$$\Delta r = |\Delta x| = \left|v_{0x}\Delta t + \frac{a_x\Delta t^2}{2}\right|.$$

По определению модуль средней скорости перемещения

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta r}{\Delta t} \Rightarrow \langle v \rangle = \left| v_{0x} + \frac{a_x \Delta t}{2} \right|.$$

$$\langle v \rangle = \left| 6 + \frac{-4{,}5 \cdot 4}{2} \right| = 3\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

**Задача 3.** $h_0 = 245$ м.

*Решение.* Введем одномерную систему координат, начало которой поместим на поверхности Земли, а ось $Oy$ направим вертикально вверх (рис. 9). Отметим начальную координату $h_0$ и начальную скорость $\vec{v}_0$ тела, а также высоту $\Delta h$, с которой тело падало последние $\Delta t$ секунд, и его скорость $\vec{v}_1$ на этой высоте. Если отсчет времени начать на высоте $\Delta h$, то уравнение движения тела в проекциях на ось $Oy$ имеет вид:

$$y = \Delta h - v_1 t - \frac{gt^2}{2}.$$

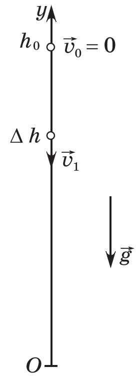



*Рис. 9*

Через промежуток времени $\Delta t$ тело упало на поверхность Земли, его координата стала

$$y = 0 \Rightarrow 0 = \Delta h - v_1 \Delta t - \frac{g\Delta t^2}{2} \Rightarrow v_1 = \frac{\Delta h}{\Delta t} - \frac{g\Delta t}{2}. \quad (1)$$

Обозначим $\Delta t_1$ время движения тела от высоты $h_0$ до $\Delta h$. Тогда скорость тела на высоте $\Delta h$ $v_1 = g\Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = \dfrac{v_1}{g}$.

Учитывая (1), получим $\Delta t_1 = \dfrac{\Delta h}{g\Delta t} - \dfrac{\Delta t}{2}$.

Полное время падения тела

$$\Delta t_0 = \Delta t_1 + \Delta t \Rightarrow \Delta t_0 = \frac{\Delta h}{g\Delta t} - \frac{\Delta t}{2} + \Delta t \Rightarrow \Delta t_0 = \frac{\Delta h}{g\Delta t} + \frac{\Delta t}{2}.$$

Высота, с которой падало тело

$$h_0 = \frac{g\Delta t_0^2}{2} \Rightarrow h_0 = \frac{g}{2}\left(\frac{\Delta h}{g\Delta t} + \frac{\Delta t}{2}\right)^2; \quad h_0 = \frac{10}{2} \cdot \left(\frac{200}{10 \cdot 4} + \frac{4}{2}\right)^2 = 245 \text{ м}.$$

**Задача 4.** $v = 16\,\dfrac{\text{м}}{\text{с}}$.

*Решение.* Все время движения поезда

$$\Delta t = \frac{s}{\langle v \rangle}. \quad (1)$$

В начале движения скорость возрастала от 0 до $v$, потом была постоянной, а затем убывала от $v$ до 0. На рисунке 10

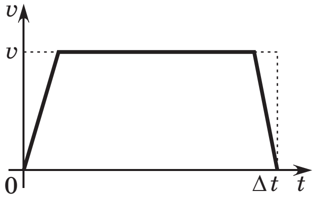



*Рис. 10*

изображен график этой зависимости, время движения с постоянной скоростью $\Delta t_2 = \Delta t - \Delta t_1$. Путь, пройденный поездом, равен площади фигуры, ограниченной графиком зависимости скорости от времени движения. Этой фигурой является трапеция, площадь которой

$$s = \frac{1}{2}(\Delta t + \Delta t_2)v \Rightarrow s = \left(\Delta t - \frac{1}{2}\Delta t_1\right)v.$$

С учетом (1) получим:

$$s = \left(\frac{s}{\langle v\rangle} - \frac{1}{2}\Delta t_1\right)v \Rightarrow s = \frac{2s - \langle v\rangle \Delta t_1}{2\langle v\rangle}v \Rightarrow v = \frac{2\langle v\rangle s}{2s - \langle v\rangle \Delta t_1};$$

$$v = \frac{2\cdot 50\cdot 20}{2\cdot 20 - 50\cdot 0{,}1} = 57\ \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 16\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

**Задача 5.** $s = 15$ м.

*Решение*. Данная задача имеет громоздкое аналитическое решение. Однако, как показывают примеры решений предыдущих задач, графическое представление движений позволяет существенно упростить решение. Для этого выберем одномерную систему координат, ось $Oy$ которой направим вертикально вверх. В проекциях на эту ось скорость мяча на каждом участке движения определяется выражением

$$v_y = v_{0y} - gt. \qquad (1)$$

Это линейная зависимость $v_y$ от $t$, график которой представляет собой отрезок прямой линии. Построим этот график для нескольких отскоков (рис. 11) и поясним его. При каждом отскоке от горизонтальной поверхности проекция скорости $v_y$ изменяет знак на противоположный, а ее модуль уменьшается в 2 раза. Неизменным остается ускорение свободного падения $\vec{g}$, поэтому согласно (1) все участки графика зависимости $v_y(t)$ одинаково наклонены к оси $Ot$ (рис. 11). Движение мяча начинается из состояния покоя, т. е.

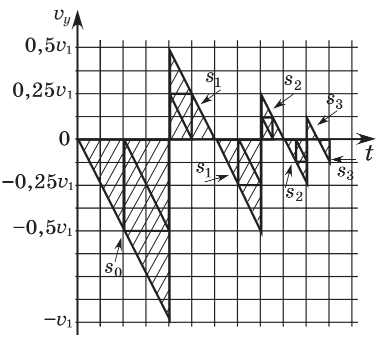



*Рис. 11*

$v_{0y} = 0$. Обозначим модуль скорости мяча в момент первого касания им поверхности $v_1$, тогда проекция его скорости в этот момент $v_y = -v_1$, при ударе она согласно условию мгновенно изменяется до $v_y = \frac{1}{2}v_1$. После удара мяч поднимается, проекция его скорости положительна, однако убывает до 0 в верхней точке траектории, становится отрицательной и в момент касания поверхности принимает значение $v_y = -\frac{1}{2}v_1$. При ударе она вновь изменяет направление на противоположное, уменьшаясь по модулю в 2 раза, принимая в итоге значение $v_y = \frac{1}{4}v_1$. Так продолжается до полной остановки мяча.

Путь, пройденный мячом на каждом этапе движения, равен площади заштрихованной на рисунке фигуры. Весь путь (рис. 11):

$$s = s_0 + 2(s_1 + s_2 + s_3 + \dots). \qquad (2)$$

Сравнивая площади треугольников на рисунке, замечаем, что

$$s_2 = \frac{1}{4}s_1; \; s_3 = \frac{1}{4}s_2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 s_1 \; \dots .$$

В итоге

$$s = s_0 + 2\left(s_1 + \frac{1}{4}s_1 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 s_1 + \dots\right). \qquad (3)$$

В скобках выражения (3) находится сумма бесконечной геометрической прогрессии. Напомним из математики, что при $x < 1$ $a_0 + a_0 x + a_0 x^2 + \dots = \frac{a_0}{1-x}$.

В выражении (3) $a_0 = s_1$, $x = \frac{1}{4} = 0{,}25$. С учетом этого преобразуем (3):

$$s = s_0 + \frac{2s_1}{0{,}75}.$$

На рисунке видно, что

$$s_1 = \frac{1}{4}s_0 \Rightarrow s = s_0 + \frac{0{,}5s_0}{0{,}75} = \frac{5}{3}s_0.$$

Осталось заметить, что $s_0 = h$ — высота, с которой падал мяч. Окончательно

$$s = \frac{5}{3}h; \quad s = \frac{5 \cdot 9{,}0}{3} = 15 \text{ м}.$$

## Занятие 5. Криволинейное движение

**Задача 1.** $a = 8\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

*Решение.* Равномерное движение по окружности происходит с центростремительным ускорением, модуль которого может быть определен соотношениями:

$$a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = \frac{4\pi^2}{T^2} R = 4\pi^2\nu^2 R = v\omega.$$

Выбирая одно из приведенных соотношений, учитываем, что задано в условии задачи и что является искомым. В данном случае ответ может быть получен по формуле

$$a = \frac{v^2}{R};\quad a = \frac{2{,}0^2}{0{,}50} = 8\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

**Задача 2.** $s = 22$ м.

*Решение.* За промежуток времени $\Delta t$ материальная точка повернется на угол $\varphi = \omega\Delta t$. Если $\varphi$ выражен в радианах, то путь $s$ связан с углом поворота выражением $s = \varphi R \Rightarrow s = \omega\Delta t R$; $s = 11 \cdot 5{,}0 \cdot 0{,}4 = 22$ м.

**Задача 3.** $\Delta t = 1120$ мин.

*Решение.* Спутник движется под действием силы гравитационного притяжения к Земле, которая для него является центростремительной силой:

$$G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{4\pi^2}{T^2}r \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM}. \qquad (1)$$

В приведенных соотношениях $G$ — гравитационная постоянная, $M$ — масса Земли, $m$ — масса спутника, $r$ — радиус орбиты спутника, $T$ — период его обращения вокруг Земли.

Из выражения (1) следует, что для двух спутников между периодами их обращения вокруг Земли и радиусами орбит выполняется соотношение:

$$\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{r_2^3}{r_1^3} \Rightarrow T_2 = T_1\sqrt{\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3} \Rightarrow T_2 = T_1\sqrt{4^3} \Rightarrow T_2 = 8T_1. \qquad (2)$$

Одновременное появление спутников над одной точкой поверхности Земли при различных периодах вращения невозможно, если они вращаются в одном направлении. Поэтому рассмотрим случай, когда спутники вращаются в противоположных направлениях, и учтем при этом вращение Земли вокруг своей оси. За промежуток времени $\Delta t$ точка $A$ на экваторе переместится в положение $A'$, повернувшись при этом на угол $\varphi_0 = \omega_0 \Delta t = \frac{2\pi}{T}\Delta t$ (рис. 12). Спутник $S_1$, который вращается с угловой скоростью $\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$ в том же направлении, что и Земля, повернется за промежуток времени $\Delta t$ на угол $\varphi_1 = \frac{2\pi}{T_1}\Delta t$. Из рисунка видно, что при этом он опередит точку $A$ на полный оборот, т. е. $\varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi \Rightarrow$

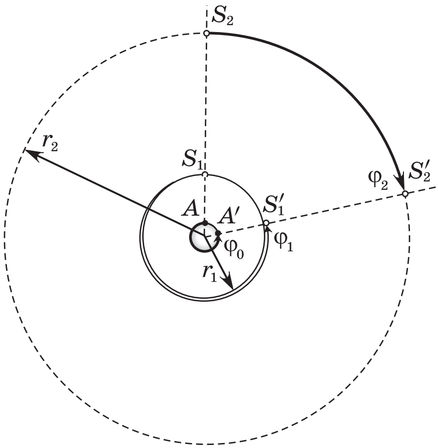


*Рис. 12*

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{T_1}\Delta t - \frac{2\pi}{T}\Delta t = 2\pi \Rightarrow 1 = \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T}\right)\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{T_1 T}{T - T_1}. \quad (3)$$

Спутник $S_2$, который вращается в обратном направлении, за это время повернется на угол $\varphi_2 = \frac{2\pi}{T_2}\Delta t$. Из рисунка видно, что $\varphi_2 = 2\pi - \varphi_0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{T_2}\Delta t = 2\pi - \frac{2\pi}{T}\Delta t \Rightarrow \left(\frac{1}{T_2} + \frac{1}{T}\right)\Delta t = 1 \Rightarrow \Delta t = \frac{T_2 T}{T + T_2}. \quad (4)$$

Приравнивая правые части выражений (3) и (4), получим:

$$\frac{T_1 T}{T - T_1} = \frac{T_2 T}{T + T_2} \Rightarrow T_1(T + T_2) = T_2(T - T_1).$$

Учитывая (2), имеем:

$$T_1\left(T + 8T_1\right) = 8T_1\left(T - T_1\right) \Rightarrow T_1 = \frac{7}{16}T. \quad (5)$$

Подставим (5) в (3). Получим: $\Delta t = \dfrac{\frac{7}{16}T \cdot T}{T - \frac{7}{16}T} = \frac{7}{9}T.$

Вычисления: $\Delta t = \dfrac{7 \cdot 24 \cdot 60}{9} = 1120$ мин.

**Задача 4.** $R = 42$ см.

*Решение.* При равномерном вращении уравнение движения: $\Delta\varphi = \omega\Delta t$. Линейная и угловая скорости связаны соотношением:

$$\omega = \frac{v}{R} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{v}{R}\Delta t \Rightarrow R = \frac{v\Delta t}{\Delta\varphi}; \quad R = \frac{2{,}1 \cdot 2{,}4}{12} = 0{,}42 \text{ м}.$$

**Задача 5.** $v_0 = 15\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

*Решение.* Движение камня является свободным падением, т. е. равноускоренным движением с ускорением, равным ускорению свободного падения $\vec{g}$. Перемещение при таком движении описывается уравнением

$$\Delta\vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{g}t^2}{2}. \qquad (1)$$

Замечательным свойством уравнения (1) является то, что направления всех трех векторов, составляющих это уравнение, нам известны. Вектор $\Delta\vec{r}$ соединяет начальную и конечную точки движения, т. е. направлен вдоль склона холма, его модуль равен $l$; вектор $\vec{v}_0 t$ направлен так же как $\vec{v}_0$, в данной задаче — горизонтально; вектор $\frac{\vec{g}t^2}{2}$ всегда направлен вертикально вниз (рис. 13). В результате тройка векторов из уравнения (1) образует прямоугольный треугольник (см. рис.), между сторонами и углами которого выполняются известные соотношения:

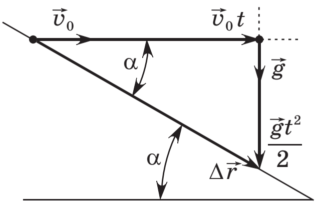


*Рис. 13*

$$\frac{gt^2}{2} = v_0 t \cdot \text{tg}\,\alpha \Rightarrow t = \frac{2v_0\,\text{tg}\,\alpha}{g};$$

$$v_0 t = l\cos\alpha \Rightarrow \frac{2v_0^2\,\text{tg}\,\alpha}{g} = l\cos\alpha \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{gl\cos^2\alpha}{2\sin\alpha}}.$$

Вычисления: $\sin\alpha = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$;

$$\cos^2\alpha = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow v_0 = \frac{1}{2}\sqrt{3gl}; \quad v_0 = \frac{1}{2}\sqrt{3 \cdot 10 \cdot 30} = 15\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

**Задача 1.** $m = 2{,}5$ кг.

*Решение.* Результирующая сил, действующих на тело, равна $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ и изображена на рисунке 14. Из рисунка видно, что $F_{1x} + F_{2x} = 0$. Следовательно, вектор $\vec{F}$ направлен параллельно оси $Oy$, и его модуль $F = F_y$. Как видно из рисунка, модуль $F$ в 2 раза больше проекции $F_{2x} \Rightarrow F = 2F_{2x} = 6{,}0$ Н. Далее, по второму закону Ньютона:

$$m = \frac{F}{a};\quad m = \frac{6{,}0}{2{,}4} = 2{,}5 \text{ кг.}$$

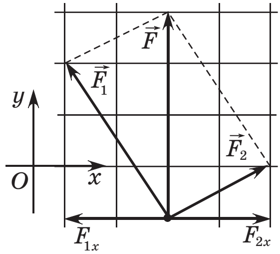



*Рис. 14*

**Задача 2.** $F_{\text{тр.2}} = 1{,}00$ Н.

*Решение.* Изобразим силы, действующие на тело, находящееся на наклонной плоскости. Это сила тяжести $m\vec{g}$, сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ и нормальная составляющая силы реакции опоры $\vec{N}$ (рис. 15). При малых углах наклона плоскости к горизонту тело покоится, и сила трения — это сила трения покоя. Она находится из условия:

$$\vec{F}_{\text{тр}} + m\vec{g} + \vec{N} = \vec{0}. \qquad (1)$$

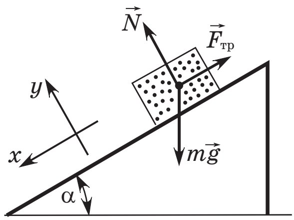



*Рис. 15*

Введем систему координат, ось $Ox$ которой направим вдоль наклонной плоскости, а ось $Oy$ — перпендикулярно ей (рис. 16). Спроецируем уравнение (1) на ось $Ox$. При этом пользуемся рисунком 16, на котором все углы α, определяющие проекции силы тяжести на оси координат, равны углу наклона плоскости к горизонту как углы с взаимно перпендикулярными сторонами. В результате

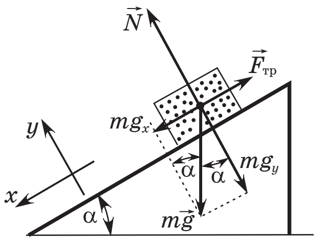



*Рис. 16*

$$Ox\colon -F_{\text{тр}} + mg\sin\alpha = 0 \Rightarrow F_{\text{тр}} + mg\sin\alpha. \qquad (2)$$

Выражение (2) определяет модуль силы трения покоя, действующей на тело, находящееся на наклонной плоскости. Если увеличивать угол наклона плоскости к горизонту, то тело начнет скользить по ней, при этом сила трения станет силой трения скольжения. По второму закону Ньютона

$$\vec{F}_{\text{тр}} + m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}. \qquad (3)$$

Спроецируем уравнение (3) на ось $Oy$, пользуясь рисунком 16:

$$-mg\cos\alpha + N = 0 \Rightarrow N = mg\cos\alpha.$$

Для силы трения скольжения справедливо:

$$F_{\text{тр}} = \mu N \Rightarrow F_{\text{тр}} = \mu mg\cos\alpha. \qquad (4)$$

А теперь построим график зависимости модуля силы трения от угла наклона плоскости к горизонту. Для малых углов — это сила трения покоя, определяемая выражением (2). Если бы на тело действовала только сила трения покоя, то график ее зависимости от угла наклона представлял бы собой синусоиду с максимальным значением $F_{\text{тр}} = mg$ при угле $\alpha = 90°$ (рис. 17). При больших углах сила трения является силой трения скольжения, ее модуль определяется выражением (4). Если бы на тело действовала только сила трения скольжения, то график ее зависимости от угла наклона представлял бы собой косинусоиду с максимальным значением $F_{\text{тр}} = \mu mg$ при угле $\alpha = 0°$ (рис. 17). В реальной ситуации при малых углах на тело действует сила трения покоя, модуль которой определяется выражением (2), а начиная с угла $\alpha_0$ — сила трения скольжения, определяемая выражением (4). График этой зависимости представлен на рисунке 17 сплошной жирной линией. При угле $\alpha = \alpha_0$ сила трения покоя и сила трения скольжения имеют одинаковые значения, это значит, что

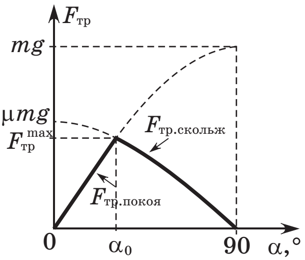


*Рис. 17*

$$mg\sin\alpha_0 = \mu mg\cos\alpha_0 \Rightarrow \mu = \operatorname{tg}\alpha_0. \qquad (5)$$

Попутно отметим обстоятельство, которое может пригодиться при решении других задач: максимальная сила трения покоя $\vec{F}_{\text{тр}}^{\max}$, действующая на тело, находящееся на наклонной плоскости, равна максимальной силе трения скольжения и проявляется при угле наклона плоскости к горизонту, связанному с коэффициентом трения соотношением (5).

Вернемся к нашей задаче. Сила $\vec{F}_{тр.1}$, определенная при угле $\alpha_1 = 15°$, — это сила трения покоя, ее модуль определяется выражением (2):

$$F_{тр.1} = mg\sin\alpha_1. \qquad (6)$$

Сила $\vec{F}_{тр.2}$, определенная при угле $\alpha_2 = 75°$, — это сила трения скольжения, ее модуль определяется выражением (4):

$$F_{тр.2} = \mu mg\cos\alpha_2. \qquad (7)$$

Из соотношений (6) ⇒ (7) для модулей сил получаем:

$$F_{тр.2} = \mu F_{тр.1}\frac{\sin\alpha_2}{\cos\alpha_1}. \qquad (8)$$

По рисунку, приведенному в условии, определяем:

$$\mu = \mathrm{tg}\,30° = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

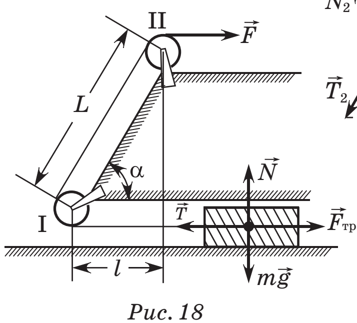
Отношение

$$\frac{\sin\alpha_2}{\cos\alpha_1} = \frac{\sin 75°}{\cos 15°} = \frac{\sin 75°}{\cos\left(90° - 15°\right)} = \frac{\sin 75°}{\sin 75°} = 1 \Rightarrow F_{тр.2} = \frac{F_{тр.1}}{\sqrt{3}};$$

$$F_{тр.2} = \frac{1,73}{\sqrt{3}} = 1,00\ \text{Н}.$$

**Задача 3.** $P = 88$ Н.

*Решение.* Рассмотрим силы, действующие на блок II (рис. 18). Для большей наглядности изобразим их на отдельном рисунке 19. Это силы натяжения нити $\vec{F}$ и $\vec{T}_2$, модули которых одинаковы, $F = T_2$, поскольку массой блоков пренебрегаем, и сила реакции оси блока $\vec{N}_2$. Поскольку блок невесом и не движется поступательно, то $\vec{F} + \vec{T}_2 + \vec{N}_2 = \vec{0} \Rightarrow$ $\Rightarrow -\vec{N}_2 = \vec{F} + \vec{T}_2$. На рисунке 19 видно, что модули этих сил связаны теоремой косинусов:



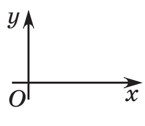




Рис. 18

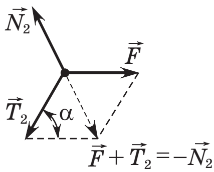



Рис. 19

$$N_2^2 = F^2 + T_2^2 - 2FT_2\cos\alpha. \qquad (1)$$

По третьему закону Ньютона модуль силы давления $P$ на ось блока равен силе реакции оси блока $\vec{N}_2$. Учитывая также равенство модулей $F = T_2$, перепишем выражение (1) в виде:

$$P^2 = F^2 + F^2 - 2F^2 \cos\alpha \Rightarrow P^2 = 2F^2(1 - \cos\alpha). \qquad (2)$$

На рисунке 18 видно, что

$$\cos\alpha = \frac{l}{L} \Rightarrow P = F\sqrt{2\left(1 - \frac{l}{L}\right)}. \qquad (3)$$

Для определения модуля силы $F$ рассмотрим силы, действующие на груз, протягиваемый через туннель (рис. 18). Это сила тяжести $m\vec{g}$, сила натяжения нити $\vec{T}$, сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ и нормальная составляющая силы реакции опоры $\vec{N}$. Поскольку груз движется равномерно, то

$$m\vec{g} + \vec{T} + \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{N} = \mathbf{0}.$$

В проекциях на оси координат

$$Ox\colon\ -T + F_{\text{тр}} = 0, \qquad (4)$$

$$Oy\colon\ -mg + N = 0. \qquad (5)$$

Из выражения (5) $N = mg$. Для модуля силы трения скольжения $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg$. Подставим в (4), получим $T = \mu mg$. Поскольку массами нити и блоков пренебрегаем, модуль силы натяжения нити во всех ее сечениях одинаков: $F \Rightarrow F = T = \mu mg$. Подставив в (3), имеем:

$$P = \mu mg\sqrt{2\left(1 - \frac{l}{L}\right)}; \quad P = 0{,}50 \cdot 22 \cdot 10 \cdot \sqrt{2 \cdot \left(1 - \frac{1{,}7}{2{,}5}\right)} = 88\ \text{Н}.$$

## Занятие 7. Движение связанных тел

**Задача 1.** $m_2 = 16$ кг.

*Решение*. Выполним рисунок 20, на котором изобразим все силы, действующие на каждое тело. По второму закону Ньютона для первого тела:

$$\vec{F}_1 + m_1\vec{g} + \vec{P}_1 + \vec{N}_1 = m_1\vec{a}_1, \qquad (1)$$

для второго тела:

$$\vec{F}_2 + m_2\vec{g} + \vec{P}_2 + \vec{N}_2 = m_2\vec{a}_2. \qquad (2)$$

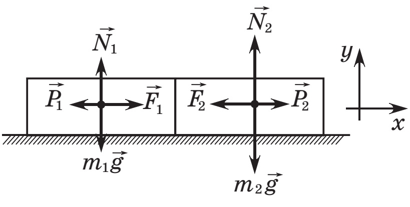



*Рис. 20*

Спроецируем выражения (1) и (2) на ось $Ox$, при этом учтем, что тела движутся вместе, следовательно, $a_1 = a_2 = a$, а также по третьему закону Ньютона $P_1 = P_2$:

$$F_1 - P_2 = m_1 a, \qquad (3)$$
$$-F_2 + P_2 = m_2 a. \qquad (4)$$

Исключая $a$ из (3) и (4), получим:

$$m_2 = m_1 \frac{P_2 - F_2}{F_1 - P_2}; \quad m_2 = 8 \cdot \frac{44 - 42}{45 - 44} = 16 \text{ кг.}$$

**Задача 2.** $a = 2{,}2\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

*Решение.* На тело массой $m_1$ действуют: сила тяжести $m_1\vec{g}$, сила натяжения нити $\vec{T}_1$, сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ и нормальная составляющая силы реакции опоры $\vec{N}_1$ (рис. 21). По второму закону Ньютона

$$m_1\vec{g} + \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{N}_1 + \vec{T}_1 = m_1\vec{a}_1. \qquad (1)$$

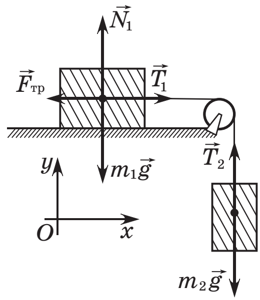


*Рис. 21*

На тело массой $m_2$ действуют сила тяжести $m_2\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{T}_1$. По второму закону Ньютона

$$m_2\vec{g} + \vec{T}_1 = m_2\vec{a}_2. \qquad (2)$$

Выберем систему координат, оси которой изображены на рисунке 21. Спроецируем уравнения (1) и (2) на оси координат:

$$Ox: \ -F_{\text{тр}} + T_1 = m_1 a_1, \qquad (3)$$
$$Oy: \ -m_1 g + N_1 = 0, \qquad (4)$$
$$Oy: \ -m_2 g + T_2 = -m_2 a_2. \qquad (5)$$

Поскольку нить невесома, то $T_1 = T_2 = T$, и нерастяжима, то $a_1 = a_2 = a$. Модуль силы трения скольжения $F_{\text{тр}} = \mu N_1$. Перепишем систему уравнений (3)—(5) с учетом установленных равенств:

$$\begin{cases} -\mu N_1 + T = m_1 a, & (3') \\ -m_1 g + N_1 = 0, & (4') \\ -m_2 g + T = -m_2 a. & (5') \end{cases}$$

Из (4′): $N_1 = m_1 g$ подставим в (3′): $-\mu m_1 g + T = m_1 a \Rightarrow T = m_1 a + \mu m_1 g$, подставим в (5′): $-m_2 g + m_1 a + \mu m_1 g = -m_2 a \Rightarrow$ $\Rightarrow a = \frac{m_2 - \mu m_1}{m_1 + m_2} g$.

$$a = \frac{170 - 0{,}17 \cdot 340}{340 + 170} \cdot 10 = 2{,}2\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

**Задача 3.** $F = 16$ Н.

*Решение.* На верхний брусок действуют: сила тяжести $m\vec{g}$, сила натяжения нити $\vec{T}_1$, сила трения $\vec{F}_{тр.1}$ и нормальная составляющая силы реакции опоры $\vec{N}_1$ (рис. 22). По второму закону Ньютона

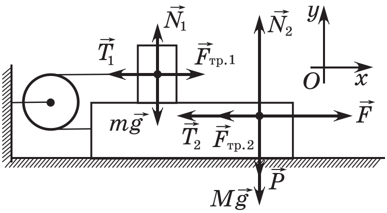



*Рис. 22*

$$m\vec{g} + \vec{T}_1 + \vec{N}_1 + \vec{F}_{тр.1} = m\vec{a}_1. \quad (1)$$

На нижний брусок действуют: сила тяжести $M\vec{g}$, вес верхнего бруска $\vec{P}$, сила натяжения нити $\vec{T}_2$, сила трения $\vec{F}_{тр.2}$, нормальная составляющая силы реакции опоры $\vec{N}_2$ и внешняя сила $\vec{F}$. По второму закону Ньютона

$$M\vec{g} + \vec{P} + \vec{T}_2 + \vec{F}_{тр.2} + \vec{N}_2 + \vec{F} = M\vec{a}_2. \quad (2)$$

Выбираем систему координат, оси которой схематично изображены на рисунке 22. Проецируем уравнения (1) и (2) на оси координат:

$$Ox: \quad -T_1 + F_{тр.1} = ma_{1x}, \quad (3)$$
$$-T_2 - F_{тр.2} + F = Ma_{2x}, \quad (4)$$
$$Oy: \quad -mg + N_1 = 0, \quad (5)$$
$$-Mg - P + N_2 = 0. \quad (6)$$

Поскольку нить нерастяжима, то модули ускорений тел одинаковы, а направления противоположны: $a_{2x} = a$, $a_{1x} = -a_{2x} = -a$. Так как нить невесома, то $T_1 = T_2 = T$. Для трения скольжения: $F_{тр.1} = \mu N_1$. По третьему закону Ньютона $F_{тр.2} = F_{тр.1} = \mu N_1$, $P = N_1$. Подставим эти соотношения в выражения (3)—(6). Получим:

$$\begin{cases} -T + \mu N_1 = -ma, & (7) \\ -T - \mu N_1 + F = Ma, & (8) \\ -mg + N_1 = 0, & (9) \\ -Mg - N_1 + N_2 = 0. & (10) \end{cases}$$

Неизвестную $N_2$ исключим, исключив из полученной системы уравнение (10). Отнимем уравнение (7) от уравнения (8). Получим:

$$-2\mu N_1 + F = (m + M)a. \quad (11)$$

Из (9) находим $N_1 = mg$ и, подставив в (11), имеем:

$$-2\mu mg + F = (m + M)a \Rightarrow F = (m + M)a + 2\mu mg.$$

Ускорение $a$ найдем из выражения:

$$s = \frac{a\Delta t^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2s}{\Delta t^2}.$$

Окончательно:

$$F = (m + M)\frac{2s}{\Delta t^2} + 2\mu mg;$$

$$F = (1{,}0 + 3{,}0) \cdot \frac{2 \cdot 1{,}0}{1{,}0^2} + 2 \cdot 0{,}40 \cdot 1{,}0 \cdot 10 = 16 \text{ Н}.$$

## Занятие 8. Динамика движения материальной точки по окружности

**Задача 1.** $F = 7{,}2$ Н.

*Решение.* Рассмотрим силы, действующие на груз в процессе движения (рис. 23). Это сила тяжести $m\vec{g}$ и сила взаимодействия со стержнем $\vec{F}$. По второму закону Ньютона $m\vec{g} + \vec{F} = m\vec{a}$. Ускорение $\vec{a}$ при равномерном вращении является центростремительным, его модуль $a = \omega^2 l$. В проекциях на ось $Ox$, направленную к центру вращения,

$$-mg + F = m\omega^2 l \Rightarrow F = m(g + \omega^2 l);$$

$$F = 0{,}40 \cdot (10 + 4{,}0^2 \cdot 0{,}5) = 7{,}2 \text{ Н}.$$

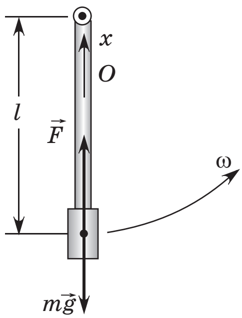



*Рис. 23*

**Задача 2.** $R = 30$ м.

*Решение.* На мотоциклиста действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и сила реакции опоры (сиденья) $\vec{N}$ (рис. 24). По второму закону Ньютона

$$\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}, \qquad (1)$$

где $\vec{a}$ — центростремительное ускорение мотоциклиста, модуль которого $a = \frac{v^2}{R}$. Под действием этих сил мотоциклист

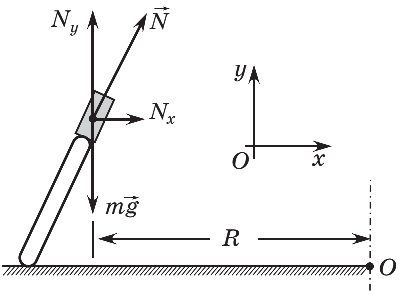


*Рис. 24*

движется по окружности радиусом $R$ с центром в точке $O$ (рис. 24). Введем систему координат, ось $Ox$ которой направим к центру вращения, а ось $Oy$ — вертикально вверх. Спроецируем уравнение (1) на оси координат:

$$N_x = m\frac{v^2}{R}, \qquad (2)$$

$$N_y - mg = 0 \Rightarrow N_y = mg. \qquad (3)$$

С помощью рисунка, используя теорему Пифагора и соотношения (2) и (3), получаем:

$$N^2 = N_x^2 + N_y^2 \;\Rightarrow\; N^2 = \left(m\frac{v^2}{R}\right)^2 + (mg)^2 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow m\frac{v^2}{R} = \sqrt{N^2 - (mg)^2} \;\Rightarrow R = \frac{mv^2}{\sqrt{N^2 - (mg)^2}}.$$

По третьему закону Ньютона модули $N = P \Rightarrow$

$$\Rightarrow R = \frac{mv^2}{\sqrt{P^2 - (mg)^2}}; \;\; R = \frac{56{,}0 \cdot 15{,}0^2}{\sqrt{700^2 - (56{,}0 \cdot 10)^2}} = 30 \text{ м}.$$

**Задача 3.** $\omega = 0{,}75\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

*Решение.* Сила взаимодействия $\vec{F}$ монеты с диском имеет две составляющие: сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ и нормальная составляющая силы реакции опоры $\vec{N}$ (рис. 25). Кроме $\vec{F}$ на монету действует сила тяжести $m\vec{g}$. По второму закону Ньютона $\vec{F} + m\vec{g} = m\vec{a}$, где $\vec{a}$ — центростремительное ускорение монеты, модуль которого $a = \omega^2 R$. Выберем систему координат, оси которой изображены на рисунке. В проекциях на оси координат $F_{\text{тр}} = m\omega^2 R$, $N = mg$. По теореме Пифагора с помощью рисунка получим:

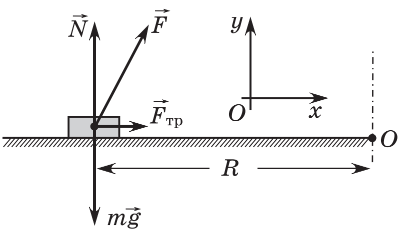


*Рис. 25*

$$F^2 = (m\omega^2 R)^2 + (mg)^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{\sqrt{F^2 - (mg)^2}}{mR}};$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\sqrt{(37{,}5 \cdot 10^{-3})^2 - \left(3 \cdot 10^{-3} \cdot 10\right)^2}}{3 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}3}} = 0{,}75\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

## Занятие 9. Импульс. Закон сохранения импульса. Реактивное движение

**Задача 1.** $m' = 85\ \frac{\text{кг}}{\text{с}}$.

*Решение.* На ракету действуют сила тяжести $M\vec{g}$ и реактивная сила $\vec{F}_\text{р}$ (рис. 26). По второму закону Ньютона $M\vec{g} + \vec{F}_\text{р} = M\vec{a}$. В проекциях на ось $Ox$

$$Mg - F_\text{р} = -Ma. \qquad (1)$$

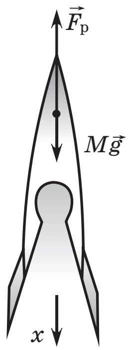


*Рис. 26*

Импульс реактивной силы $\vec{F}_\text{р}\Delta t$ за промежуток времени $\Delta t$ равен изменению импульса $\Delta\vec{p}_\text{р}$ ракеты. Для модулей этих импульсов $F_\text{р}\Delta t = \Delta p_\text{р}$. По закону сохранения импульса модуль изменения импульса ракеты $\Delta p_\text{р}$ равен модулю изменения импульса продуктов сгорания $\Delta p_\text{пр.сг}$, выбрасываемых из сопла ракеты: $\Delta p_\text{р} = \Delta p_\text{пр.сг} = \Delta m\langle v_x\rangle$, где $\Delta m$ — масса продуктов сгорания, выброшенных из сопла за промежуток времени $\Delta t$. Очевидно, что она равна массе сгоревшего за это время топлива. В итоге

$$F_\text{р}\Delta t = \Delta m\langle v_x\rangle \Rightarrow F_\text{р} = \frac{\Delta m}{\Delta t}\langle v_x\rangle.$$

Так как $\frac{\Delta m}{\Delta t} = m'$, то $F_\text{р} = m'\langle v_x\rangle$. Подставив это выражение в (1), получим:

$$Mg - m'\langle v_x\rangle = -Ma \Rightarrow m' = M\frac{a+g}{\langle v_x\rangle};$$

$$m' = 8{,}5 \cdot 10^3 \cdot \frac{13+10}{2300} = 85\ \frac{\text{кг}}{\text{с}}.$$

**Задача 2.** $v_0 = 340\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

*Решение*. Скорость тела, брошенного под углом к горизонту, определяется выражением $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$, где $\vec{g}$ — ускорение свободного падения. Выберем систему координат, ось $Ox$ которой направим горизонтально, ось $Oy$ — вертикально вверх, а начало координат поместим в точку бросания (рис. 27). Учитывая, что вектор $\vec{g}$ направлен вертикально вниз, проекции скорости тела на оси координат $v_x = v_0\cos\alpha$, $v_y = v_0\sin\alpha - gt$. В верхней точке траектории $v_y = 0$, скорость снаряда направлена горизонтально, ее модуль $v = v_x = v_0\cos\alpha$.

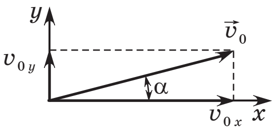



*Рис. 27*

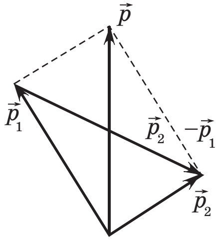



*Рис. 28*

Обозначим импульс снаряда до взрыва $\vec{p}$, импульсы осколков сразу после взрыва $\vec{p}_1$ и $\vec{p}_2$. По закону сохранения импульса $\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$. Поскольку осколки разлетелись под углом $\theta = 90^\circ$ друг к другу, векторы $\vec{p}_1$ и $\vec{p}_2$ являются сторонами прямоугольника (рис. 28), диагонали которого одинаковы. Следовательно, модуль разности $\vec{p}_2 - \vec{p}_1$ равен модулю $\vec{p}$, т. е. $|\vec{p}_2 - \vec{p}_1| = |\vec{p}|$. Если масса снаряда $m$, то

$$\vec{p} = m\vec{v},\ \ \vec{p}_1 = \frac{m}{2}\vec{v}_1,\ \ \vec{p}_2 = \frac{m}{2}\vec{v}_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left|\frac{m}{2}\vec{v}_2 - \frac{m}{2}\vec{v}_1\right| = |m\vec{v}| \Rightarrow |\vec{v}_2 - \vec{v}_1| = 2|\vec{v}|.$$

Разность $\vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \vec{v}_{\text{отн}}$ — это относительная скорость движения осколков. Ее модуль $v_{\text{отн}} = 2v \Rightarrow v_{\text{отн}} = 2v_0\cos\alpha$.

По условию осколки упали на поверхность Земли одновременно. Это значит, что стартовали (в момент взрыва) они под одинаковыми углами к горизонту. Закон сохранения импульса требует, чтобы векторы $\vec{p}$, $\vec{p}_1$ и $\vec{p}_2$ лежали в одной плоскости. Следовательно, поскольку импульс $\vec{p}$ направлен горизонтально, $\vec{p}_1$ и $\vec{p}_2$ также направлены горизонтально. В результате осколки в процессе падения все время находятся на одинаковой высоте, т. е. вертикальные составляющие скоростей осколков одинаковы, поэтому не влияют на относительную скорость движения осколков, которая постоянна и равна начальному значению: $v_{отн} = 2v_0\cos\alpha$. При этом время падения $\Delta t$ осколков равно времени подъема снаряда на максимальную высоту. Это время находим из условия равенства нулю вертикальной составляющей скорости снаряда:

$$v_y = 0 \Rightarrow v_0\sin\alpha - g\Delta t = 0 \Rightarrow \Delta t = \frac{v_0\sin\alpha}{g}.$$

Расстояние между точками падения осколков

$$l = v_{отн}\Delta t \Rightarrow l = 2v_0\cos\alpha\cdot\frac{v_0\sin\alpha}{g} \Rightarrow l = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\alpha \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{gl}{\sin 2\alpha}}.$$

$$v_0 = \sqrt{2\cdot 10\cdot 5780} = 340\ \frac{м}{с}.$$

**Задача 3.** а) $v_2 = 5\ \frac{м}{с}$; $Q = 40$ Дж; б) $v_2 = 35\ \frac{м}{с}$; $Q = 640$ Дж.

*Решение.* Согласно закону сохранения импульса $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}$, где $\vec{p}_1 = m_1\vec{v}_1$ — импульс первого шара до столкновения, $\vec{p}_2 = m_2\vec{v}_2$ — импульс второго шара до столкновения, $\vec{p} = (m_1 + m_2)\vec{u}$ — импульс шаров после столкновения. Введем одномерную систему координат, ось $Ox$ которой направим по направлению первоначального импульса первого шара. Попытка изобразить импульсы на рисунке приводит к выводу, что условию задачи удовлетворяют два возможных случая: когда проекция $p_x > 0$ (рис. 29, *а*) и когда проекция $p_x < 0$ (рис. 29, *б*). Эта неопределенность является недостатком формулировки условия задачи, однако она встречается во многих сборниках задач, здесь невозможно дать однозначный ответ и необходимо рассматривать оба случая.

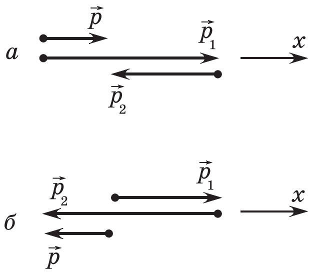



*Рис. 29*

а) В проекциях на ось $Ox$ закон сохранения импульса:

$$m_1v_1 - m_2v_2 = (m_1 + m_2)u \Rightarrow v_2 = \frac{m_1v_1 - (m_1 + m_2)u}{m_2};$$

$$v_2 = \frac{4\cdot 5 - (4+1)\cdot 3}{1} = 5\ \frac{м}{с}.$$

Количество теплоты, выделившейся при ударе, равно разности начального и конечного значений кинетических энергий шаров:

$$Q = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2)u^2}{2};$$

$$Q = \frac{4 \cdot 5^2}{2} + \frac{1 \cdot 5^2}{2} - \frac{(4+1) \cdot 3^2}{2} = 40 \text{ Дж}.$$

б) В проекциях на ось $Ox$ закон сохранения импульса для этого случая:

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = -(m_1 + m_2)u \Rightarrow v_2 = \frac{m_1 v_1 + (m_1 + m_2)u}{m_2};$$

$$v_2 = \frac{4 \cdot 5 + (4+1) \cdot 3}{1} = 35 \ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$Q = \frac{4 \cdot 5^2}{2} + \frac{1 \cdot 35^2}{2} - \frac{(4+1) \cdot 3^2}{2} = 640 \text{ Дж}.$$

## Занятие 10. Механическая работа. Мощность

**Задача 1.** $P = 50$ Н.

*Решение.* По определению коэффициента полезного действия имеем:

$$\eta = \frac{A_{\text{П}}}{A_{\text{З}}} \cdot 100\ \%.$$

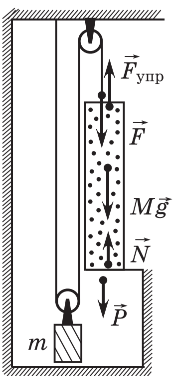



*Рис. 30*

Полезная работа $A_{\text{П}}$ определяется целью — поднять груз массой $m$ на высоту $h$ и равна изменению потенциальной энергии груза:

$$A_{\text{П}} = mgh.$$

Затраченная работа $A_{\text{З}}$ равна работе силы $\vec{F}$, с которой рабочий тянет веревку. Поскольку в этой конструкции длина веревки в два раза больше высоты $h$, то работа

$$A_{\text{З}} = F \cdot 2h \Rightarrow \eta = \frac{mg}{2F} \cdot 100\ \%. \qquad (1)$$

Рассмотрим силы, действующие на рабочего, которого условно изобразим в виде прямоугольника (рис. 30). На него действуют: сила тяжести $M\vec{g}$, сила упругости $\vec{F}_{упр}$ со стороны веревки и сила $\vec{N}$ реакции опоры. Эти силы сбалансированы, поэтому для их модулей выполняется равенство:

$$N + F_{упр} = Mg. \tag{2}$$

Силы взаимодействия рабочего и веревки $\vec{F}_{упр}$ и $\vec{F}$ приложены к разным телам, противоположно направлены, и их модули одинаковы. Следовательно:

$$F_{упр} = F. \tag{3}$$

Аналогично выполняется равенство модулей силы давления рабочего на опору $P$ и силы реакции опоры $N$:

$$N = P. \tag{4}$$

Подставим (3) и (4) в (2):

$$P + F = Mg \Rightarrow F = Mg - P. \tag{5}$$

Подставим (5) в (1) и выполним простые преобразования:

$$\eta = \frac{mg}{2(Mg - P)} \cdot 100\ \% \Rightarrow Mg - P = \frac{mg}{2\eta} \cdot 100\ \% \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P = \left(M - \frac{m}{2\eta} \cdot 100\ \%\right)g.$$

$$P = \left(75 - \frac{133}{2 \cdot 95} \cdot 100\right) \cdot 10 = 50\ \text{Н}.$$

**Задача 2.** $A = 1000$ Дж.

*Решение.* В процессе подъема на стержень действовали: внешняя сила, сила реакции опоры и сила тяжести $m\vec{g}$ (рис. 31). Точка приложения силы реакции опоры не перемещалась, ее работа равна нулю. Отличную от нуля работу совершили внешняя сила (ее работу обозначим $A$) и сила тяжести (ее работу обозначим $A_{mg}$). Мы не изображаем на рисунке силу реакции опоры и внешнюю силу, поскольку не знаем, как поднимали стержень. Однако точно известно, что

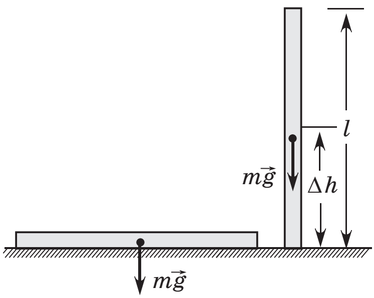


*Рис. 31*

центр тяжести стержня поднялся на расстояние $\Delta h = \frac{l}{2}$, следовательно, сила тяжести совершила работу $A_{mg} = -mg\frac{l}{2}$. Поскольку до начала подъема стержня и после его завершения скорость (кинетическая энергия) стержня не изменилась, то согласно теореме о кинетической энергии сумма работ всех сил, действовавших на стержень, равна нулю:

$$A + A_{mg} = 0 \Rightarrow A = -A_{mg} \Rightarrow A = mg\frac{l}{2}.$$

$$A = 100 \cdot 10 \cdot \frac{2}{2} = 1000 \text{ Дж}.$$

**Задача 3.** $F = 0{,}58$ Н.

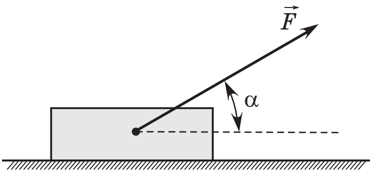



*Рис. 32*

*Решение*. По определению механическая работа (рис. 32)

$$A = Fs\cos\alpha \Rightarrow F = \frac{A}{s\cos\alpha};$$

$$F = \frac{20}{40 \cdot \cos 30°} = 0{,}58 \text{ Н}.$$

**Задача 4.** $\Delta t = 50$ с.

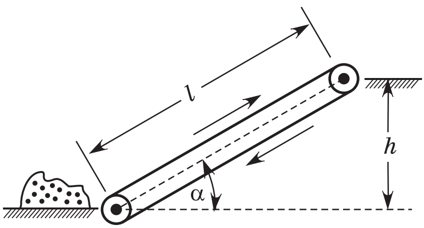



*Рис. 33*

*Решение*. На рисунке 33 изображен транспортер, подготовленный к погрузке. Полезная работа двигателя транспортера $A = P\Delta t$ равна изменению потенциальной энергии песка $\Delta E_n = mgh$. По рисунку определяем:

$$h = l\sin\alpha \Rightarrow \Delta E_n = mgl\sin\alpha;$$

$$P\Delta t = mgl\sin\alpha \Rightarrow \Delta t = \frac{mgl\sin\alpha}{P};$$

$$\Delta t = \frac{6{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 3{,}0 \cdot \sin 30°}{1{,}8 \cdot 10^3} = 50 \text{ с}.$$

## Занятие 11. Закон сохранения энергии. Теорема о кинетической энергии

**Задача 1.** $h = 20$ см.

*Решение.* В процессе движения на тело действовали: сила тяжести $m\vec{g}$, сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ и нормальная составляющая силы реакции опоры $\vec{N}$ (рис. 34). Из них только силы $m\vec{g}$ и $\vec{F}_{\text{тр}}$ совершили отличную от нуля механическую работу. Работа силы $\vec{N}$ равна нулю, так как эта сила все время перпендикулярна направлению движения. Работа силы трения задана, работа силы тяжести $A_{mg} = mgh - mgH$. По теореме о кинетической энергии сумма работ этих сил равна изменению кинетической энергии тела:

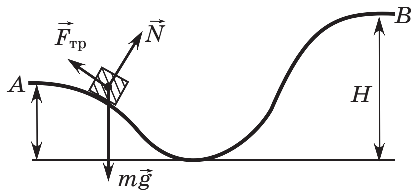


*Рис. 34*

$$A_{\text{тр}} + A_{mg} = E_{\kappa 2} - E_{\kappa 1} \Rightarrow A_{\text{тр}} + mgh - mgH = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = H + \frac{v^2 - v_0^2}{2g} - \frac{A_{\text{тр}}}{mg};$$

$$h = 1{,}1 + \frac{1{,}5^2 - 5{,}5^2}{2 \cdot 10} + \frac{4{,}0}{0{,}8 \cdot 10} = 0{,}2 \text{ м.}$$

**Задача 2.** $F = 930$ Н.

*Решение.* На рисунке 35 изображены силы, действующие на тело во время подъема, на рисунке 36 — силы, действующие на тело во время спуска.

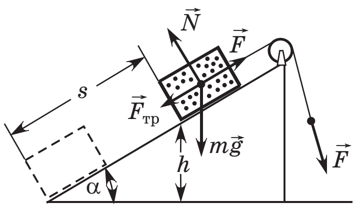


*Рис. 35*

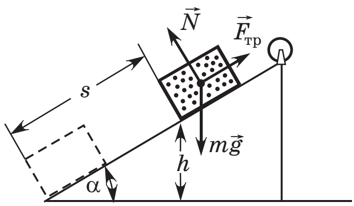


*Рис. 36*

Во время подъема работу совершают сила $\vec{F}$ (обозначим ее $A_F$), сила тяжести $m\vec{g}$ (обозначим ее $A_{mg}$) и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$

(обозначим ее $A_{тр}$). Поскольку в процессе подъема кинетическая энергия тела не изменяется, сумма этих работ равна нулю:

$$A_F + A_{mg} + A_{тр} = 0.$$

Работа силы тяжести при подъеме отрицательна:

$$A_{mg} = -mgh \Rightarrow A_{тр} = mgh - A_F.$$

При скольжении вниз работу совершают сила тяжести (она положительна: $A_{mg} = mgh$) и сила трения, работа которой такая же, как при подъеме. Результат работы этих сил — изменение кинетической энергии тела на величину

$$\Delta E_к = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow A_{mg} + A_{тр} = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow mgh + mgh - A_F = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_F = 2mgh - \frac{mv^2}{2}.$$

Работа силы $\vec{F}$: $A_F = Fs \Rightarrow F = \frac{A_F}{s}$, где $s = 2h$, так как $h$ — катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла $30°$, гипотенуза которого равна $s$. Следовательно:

$$F = \frac{A_F}{2h} \Rightarrow F = m\left(g - \frac{v^2}{4h}\right).$$

$$F = 100 \cdot \left(9{,}8 - \frac{2{,}0^2}{4 \cdot 2{,}0}\right) = 930 \text{ Н}.$$

**Задача 3.** $v'_{1x} = \frac{2m_2v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2}$, $v'_2 = \frac{2m_1v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2}$.

*Решение.* Импульсы шаров до столкновения: $\vec{p}_1 = m_1\vec{v}_1$, $\vec{p}_2 = m_2\vec{v}_2$. Импульсы шаров после столкновения: $\vec{p}'_1 = m_1\vec{v}'_1$, $\vec{p}'_2 = m_2\vec{v}'_2$. Закон сохранения импульса:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2. \qquad (1)$$

Все импульсы направлены вдоль одной прямой. При этом импульсы $\vec{p}_1$, $\vec{p}_2$ и $\vec{p}'_2$ направлены в одну сторону. Импульс $\vec{p}'_1$ может быть направлен так же, как импульс $\vec{p}'_2$, но может иметь противоположное направление в зависимости от соотношения между $\vec{p}_1$ и $\vec{p}_2$. Введем ось $Ox$, совпадающую с первоначальным направлением движения шаров. В проекциях на эту ось уравнение (1) примет вид:

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v'_{1x} + m_2v'_2. \qquad (2)$$

Индекс $x$ у $v'_{1x}$ подчеркивает, что это проекция скорости, которая может быть как положительной, так и отрицательной.

При абсолютно упругом столкновении выполняется закон сохранения механической энергии:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_{1x}'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}. \qquad (3)$$

Уравнения (2) и (3) представляют собой замкнутую систему уравнений относительно искомых скоростей, причем одно из них линейное, другое квадратное. Стандартный метод решения такой системы — это выразить одну из неизвестных скоростей из уравнения (2) и подставить в уравнение (3), а затем решать полученное квадратное уравнение. Такое решение в общем виде является громоздким, при этом из двух решений квадратного уравнения необходимо будет выбрать одно, имеющее физический смысл. Вместо этой неприятной процедуры предлагаем метод, который **всегда** при рассмотрении абсолютно упругих столкновений сводит задачу к решению двух линейных уравнений.

Перенесем в уравнениях (2) и (3) слагаемые, которые содержат $m_1$, в левую сторону, а слагаемые, которые содержат $m_2$, — в правую. Попутно избавимся от двоек в знаменателях (3). Получим:

$$m_1\left(v_1 - v_{1x}'\right) = m_2\left(v_2' - v_2\right), \qquad (4)$$

$$m_1\left(v_1^2 - v_{1x}'^2\right) = m_2\left(v_2'^2 - v_2^2\right). \qquad (5)$$

Обратим внимание на то, что линейное уравнение (4) содержит разности начальных и конечных скоростей (в других задачах могут быть суммы), а квадратное уравнение (5) **всегда** содержит разности квадратов этих скоростей. Разделим уравнение (5) на уравнение (4), получим:

$$v_1 + v_{1x}' = v_2' + v_2. \qquad (6)$$

Уравнений (2) и (6) достаточно для решения задачи. Из (6):

$$v_2' = v_1 + v_{1x}' - v_2. \qquad (7)$$

Подставим (7) в (2), получим:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_{1x}' + m_2\left(v_1 + v_{1x}' - v_2\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{1x}' = \frac{2m_2 v_2 + \left(m_1 - m_2\right)v_1}{m_1 + m_2}.$$

Подставив выражение для $v_{1x}'$ в (7), после простых преобразований получим: $v_2' = \dfrac{2m_1 v_1 + \left(m_2 - m_1\right)v_2}{m_1 + m_2}$.

## Занятие 12. Условия равновесия тел

**Задача 1.** $P_1 = 500$ Н, $P_2 = 300$ Н.

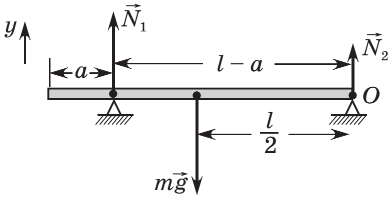


*Рис. 37*

*Решение.* По третьему закону Ньютона модули сил давления трубы на людей равны модулям сил реакции опоры: $P_1 = N_1$ и $P_2 = N_2$. Найдем их, изобразив все силы, действующие на трубу (рис. 37). Используем второе условие равновесия (правило моментов) относительно оси, проходящей через точку $O$ перпендикулярно плоскости рисунка:

$$N_1(l - a) = mg\frac{l}{2} \Rightarrow N_1 = \frac{mgl}{2(l - a)}; \ N_1 = \frac{80 \cdot 10 \cdot 5{,}0}{2 \cdot (5{,}0 - 1{,}0)} = 500 \text{ Н}.$$

Для определения $N_2$ используем первое условие равновесия: $\vec{N}_1 + \vec{N}_2 + m\vec{g} = \mathbf{0}$. В проекциях на ось $Oy$:

$$N_1 + N_2 - mg = 0 \Rightarrow N_2 = mg - N_1;$$

$$N_2 = 80 \cdot 10 - 500 = 300 \text{ Н}.$$

**Задача 2.** $T_1 = 50$, $T_2 = 100$ Н.

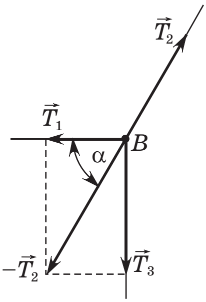


*Рис. 38*

*Решение.* Рассмотрим силы натяжения всех трех нитей. Пользуясь правом перемещать точки приложения сил вдоль линии действия сил, изобразим векторы всех сил выходящими из точки $B$ (рис. 38). Первое условие равновесия для этой точки:

$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{T}_3 = 0 \Rightarrow \vec{T}_1 + \vec{T}_3 = -\vec{T}_2.$$

Для модулей сил выполняются соотношения, очевидные из рисунка:

$$T_2 = \frac{T_3}{\sin\beta}; \ T_1 = T_2\cos\beta.$$

Сила $\vec{T}_3$ — это вес подвешенного тела, модуль которого равен силе тяжести, действующей на это тело, т. е. $T_3 = mg$. В итоге $T_2 = \dfrac{mg}{\sin\beta}$.

$$T_2 = \frac{8{,}7 \cdot 10}{\sin 60^\circ} = 100 \text{ Н}; \ T_1 = 100 \cdot \cos 60^\circ = 50 \text{ Н}.$$

**Задача 3.** $\alpha = 45°$.

*Решение.* На стержень действуют сила тяжести $m\vec{g}$, сила натяжения нити $\vec{T}$, сила трения $\vec{F}_{тр}$ и нормальная составляющая силы реакции опоры $\vec{N}$ (рис. 39). Поскольку стержень покоится, векторная сумма этих сил равна нулю, следовательно, для модулей вертикальных составляющих сил

$$N = mg. \qquad (1)$$

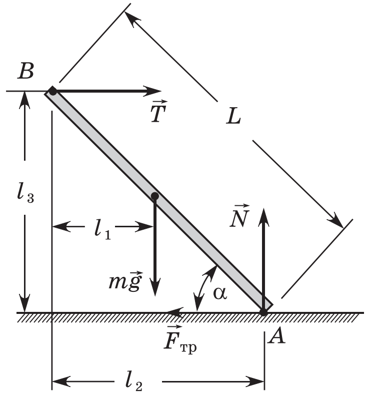


*Рис. 39*

Рассмотрим условие равновесия стержня относительно оси, перпендикулярной плоскости рисунка и проходящей через точку $B$. Вокруг этой оси по часовой стрелке пытаются вращать стержень сила тяжести, ее момент $M_{mg} = mgl_1$, и сила трения, момент которой $M_{F_{тр}} = F_{тр}l_3$. Против часовой стрелки — сила $\vec{N}$, момент которой $M_N = Nl_2$. Условие равновесия:

$$M_{mg} + M_{F_{тр}} = M_N \Rightarrow mgl_1 + F_{тр}l_3 = Nl_2. \qquad (2)$$

Стержень начнет скользить, если сила трения покоя станет равной силе трения скольжения:

$$F_{тр} = \mu N, \qquad (3)$$

где $\mu$ — коэффициент трения скольжения. Подставляя (1) и (3) в (2), получим:

$$mgl_1 + \mu mgl_3 = mgl_2 \Rightarrow l_1 + \mu l_3 = l_2. \qquad (4)$$

По рисунку определяем:

$$l_1 = \frac{L}{2}\cos\alpha, \quad l_2 = L\cos\alpha, \quad l_3 = L\sin\alpha, \qquad (5)$$

где $L$ — длина стержня. Подставим выражения (5) в (4):

$$\frac{L}{2}\cos\alpha + \mu L\sin\alpha = L\cos\alpha \Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{2\mu};$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{2 \cdot 0,5} = 1 \Rightarrow \alpha = 45°.$$

**Задача 1.** $h = 25$ мм.

*Решение.* Штриховая линия на рисунке показывает первоначальный уровень ртути в сосудах. Пунктирная линия показывает уровень ртути в левом сосуде после того, как в него долили воду (рис. 40). На уровне пунктирной линии давление в левом и правом сосудах одинаково. Следовательно:

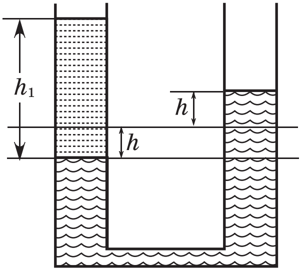



*Рис. 40*

$$p_0 + \rho_1 g h_1 = p_0 + \rho g \cdot 2h, \qquad (1)$$

где $p_0$ — атмосферное давление, $\rho_1$ — плотность воды.

Из (1) получаем:

$$\rho_1 h_1 = 2\rho h. \qquad (2)$$

Умножим (2) слева и справа на $S$. Получим:

$$\rho_1 h_1 S = 2\rho h S. \qquad (3)$$

Заметим, что $\rho_1 h_1 S = \rho_1 V = m \Rightarrow m = 2\rho h S \Rightarrow h = \dfrac{m}{2\rho S}$.

$$h = \frac{0{,}408}{2 \cdot 13{,}6 \cdot 10^3 \cdot 6{,}00 \cdot 10^{-4}} = 0{,}025 \text{ м} = 25 \text{ мм}.$$

**Задача 2.** $F_2 = 10$ кН.

*Решение.* На малый поршень пресса действует: внешняя сила $\vec{F}_1$, сила атмосферного давления $\vec{F}_{01}$ и сила давления жидкости $\vec{F}_{д1}$. На большой поршень пресса действуют: внешняя сила $\vec{F}_2$, сила атмосферного давления $\vec{F}_{02}$ и сила давления жидкости $\vec{F}_{д2}$ (рис. 41). Силы тяжести, действующие на поршни, считаем пренебрежимо малыми. Так как поршни покоятся, то:

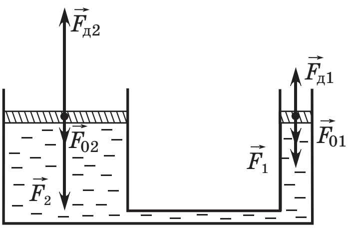



*Рис. 41*

$$F_{д1} = F_{01} + F_1 \Rightarrow pS_1 = p_0 S_1 + F_1 \Rightarrow F_1 = (p - p_0)S_1; \qquad (1)$$

$$F_{д2} = F_{02} + F_2 \Rightarrow pS_2 = p_0 S_2 + F_2 \Rightarrow F_2 = (p - p_0)S_2. \qquad (2)$$

Здесь $p_0$ — атмосферное давление, $p$ — давление жидкости, которое одинаково в обоих цилиндрах. Из выражений (1) и (2) получим:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{S_2}{S_1}.$$

Объем $V_1 = \Delta h_1 S_1$ жидкости, вытесненной из одного цилиндра, равен объему $V_2 = \Delta h_2 S_2$ жидкости, поступившей в другой цилиндр:

$$\Delta h_1 S_1 = \Delta h_2 S_2 \Rightarrow \frac{S_2}{S_1} = \frac{\Delta h_1}{\Delta h_2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{\Delta h_1}{\Delta h_2} \Rightarrow F_2 = F_1 \frac{\Delta h_1}{\Delta h_2};$$

$$F_2 = 200 \cdot \frac{25}{0,5} = 1 \cdot 10^4 \text{ Н}.$$

**Задача 3.** $A = 54$ мДж.

*Решение.* Работа внешней силы приводит к изменению энергии системы. Поскольку в данной задаче работа внешней силы минимальна, то минимальной величине равно изменение механической энергии системы. Это значит, что кинетическая энергия тел, входящих в систему, не изменилась, а изменилась только их потенциальная энергия. Таких тел два: вода и поплавок. Работа внешней силы

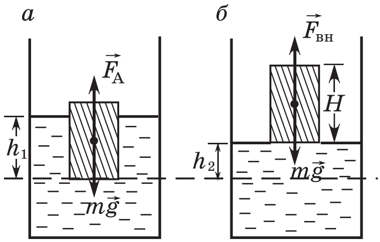


*Рис. 42*

$$A = \Delta W_1 + \Delta W_2, \tag{1}$$

где $\Delta W_1$ — изменение потенциальной энергии жидкости в сосуде, $\Delta W_2$ — изменение потенциальной энергии поплавка.

Рассмотрим изменения потенциальных энергий относительно уровня основания поплавка в начальном состоянии (штриховая линия на рисунке 42, *а*). У жидкости, которая ниже этого уровня, состояние не изменилось. У жидкости, которая выше этого уровня (рис. 42, *б*), центр тяжести опустился от $\frac{h_1}{2}$ до $\frac{h_2}{2}$. Изменение потенциальной энергии жидкости

$$\Delta W_1 = m_0 g \frac{h_2}{2} - m_0 g \frac{h_1}{2} \Rightarrow \Delta W_1 = \frac{m_0 g}{2}(h_2 - h_1), \tag{2}$$

где масса воды

$$m_0 = \rho_0 (S_0 - S) h_1. \tag{3}$$

Высота $h_1$ может быть найдена из условия равновесия поплавка в начальном состоянии:

$$mg = F_A \Rightarrow \rho SH = \rho_0 Sh_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_1 = \frac{\rho}{\rho_0} H. \quad (4)$$

Высоту $h_2$ найдем из условия равенства объема жидкости в начальном и конечном состояниях:

$$V = \left(S_0 - S\right) h_1 = S_0 h_2 \Rightarrow h_2 = \frac{S_0 - S}{S_0} h_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_2 = \frac{S_0 - S}{S_0} \cdot \frac{\rho}{\rho_0} H. \quad (5)$$

Подставляя выражения (3), (4) и (5) в (2), получим:

$$\Delta W_1 = \frac{1}{2} \rho_0 \left(S_0 - S\right) \cdot \frac{\rho}{\rho_0} Hg \left( \frac{S_0 - S}{S_0} \cdot \frac{\rho}{\rho_0} H - \frac{\rho}{\rho_0} H \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta W_1 = -\frac{\rho^2 \left(S_0 - S\right) SH^2 g}{2\rho_0 S_0}. \quad (6)$$

Изменение потенциальной энергии поплавка

$$\Delta W_2 = mgh_2, \quad (7)$$

где масса поплавка

$$m = \rho SH. \quad (8)$$

Подставляя (8) и (5) в (7), получим:

$$\Delta W_2 = \frac{\rho^2 \left(S_0 - S\right) SH^2 g}{\rho_0 S_0}. \quad (9)$$

Далее подставим (6) и (9) в (1), окончательно имеем:

$$A = \frac{\rho^2 \left(S_0 - S\right) SH^2 g}{2\rho_0 S_0}.$$

$$A = \frac{600^2 \cdot \left(1{,}0 \cdot 10^{-2} - 0{,}4 \cdot 10^{-2}\right) \cdot 0{,}4 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}10^2 \cdot 10}{2 \cdot 800 \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-2}} = 0{,}054 \text{ Дж}.$$

## **Занятие 14.** Основное уравнение молекулярно-кинетической теории

**Задача 1.** $m_2 = 210$ г.

*Решение.* Количество вещества — это количество молекул в единицах числа Авогадро. Количество молекул неона

$\nu_1 = \dfrac{m_1}{M_1}$, количество молекул азота $\nu_2 = \dfrac{m_2}{M_2}$. Количество молекул смеси $\nu = \dfrac{m}{\langle M \rangle}$. Поскольку суммарное количество молекул смеси $\nu = \nu_1 + \nu_1$, а ее масса $m = m_1 + m_2$, то

$$\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} = \frac{m_1 + m_2}{\langle M \rangle} \Rightarrow \frac{m_2}{M_2} - \frac{m_2}{\langle M \rangle} = \frac{m_1}{M_1} - \frac{m_1}{\langle M \rangle} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_2 \frac{\langle M \rangle - M_2}{M_2 \langle M \rangle} = m_1 \frac{M_1 - \langle M \rangle}{M_1 \langle M \rangle} \Rightarrow m_2 = m_1 \cdot \frac{M_2}{M_1} \cdot \frac{M_1 - \langle M \rangle}{\langle M \rangle - M_2};$$

$$m_2 = 50 \cdot \frac{28}{20} \cdot \frac{20 - 26}{26 - 28} = 210 \text{ г}.$$

**Задача 2.** $n = 2{,}4 \cdot 10^{24}$ м$^{-3}$.

*Решение*. Основное уравнение МКТ идеального газа:

$$p = \frac{2}{3} n \langle E_к \rangle \Rightarrow n = \frac{3p}{2\langle E_к \rangle};$$

$$n = \frac{3 \cdot 1{,}0 \cdot 10^4}{2 \cdot 6{,}2 \cdot 10^{-21}} = 2{,}4 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}.$$

**Задача 3.** $\langle \upsilon_{кв} \rangle = 707 \ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$.

*Решение*. Основное уравнение МКТ идеального газа:

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle \upsilon_{кв}^2 \rangle, \quad (1)$$

где $n$ — концентрация молекул газа, $m_0$ — масса одной молекулы. Произведение $nm_0$ — это масса всех молекул в единице объема, т. е. плотность: $nm_0 = \rho \Rightarrow p = \dfrac{1}{3} \rho \langle \upsilon_{кв}^2 \rangle$. Заменяя $\rho = \dfrac{m}{V}$, получим:

$$p = \frac{1}{3} \frac{m}{V} \langle \upsilon_{кв}^2 \rangle \Rightarrow \langle \upsilon_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3pV}{m}}; \quad \langle \upsilon_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3 \cdot 2 \cdot 10^5}{6}} = 707 \ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

**Задача 4.** $N = 1{,}88 \cdot 10^{23}$.

*Решение*. Основное уравнение МКТ идеального газа:

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle \upsilon_{кв}^2 \rangle, \quad (1)$$

где $n$ — концентрация молекул газа, $m_0$ — масса одной молекулы. Зависимость давления от температуры определяется выражением

$$p = nkT, \quad (2)$$

где $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{К}}$ — постоянная Больцмана. Приравняем правые части выражений (1) и (2):

$$\frac{1}{3} n m_0 \langle v_{\text{кв}}^2 \rangle = nkT \Rightarrow m_0 = \frac{3kT}{\langle v_{\text{кв}}^2 \rangle}.$$

Количество молекул $N = \dfrac{m}{m_0} \Rightarrow N = \dfrac{m \langle v_{\text{кв}}^2 \rangle}{3kT}$;

$$N = \frac{0{,}01 \cdot 480^2}{3 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 296} = 1{,}88 \cdot 10^{23}.$$

**Задача 5.** $N = 3{,}9 \cdot 10^{18}$.

*Решение.* Первоначальное количество молекул воды в стакане $N_0 = \dfrac{m}{M} N_\text{A}$, где $M = 0{,}018\ \dfrac{\text{кг}}{\text{моль}}$ — молярная масса воды, $N_\text{A} = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ — постоянная Авогадро. Каждую секунду поверхность воды покидало в среднем количество молекул $N = \dfrac{N_0}{\Delta t}$. В результате $N = \dfrac{mN_\text{A}}{M\Delta t}$.

$$N = \frac{0{,}1 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{0{,}018 \cdot 10 \cdot 24 \cdot 3600} = 3{,}9 \cdot 10^{18}.$$

## Занятие 15. Газовые законы. Изопроцессы

**Задача 1.** $p_2 = 180$ кПа.

*Решение.* Уравнение изохорного процесса:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1};\quad p_2 = 150 \cdot \frac{360}{300} = 180\ \text{кПа}.$$

**Задача 2.** $m = 18$ кг.

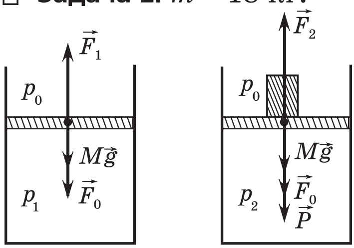



*Рис. 43*

*Решение.* Обозначим массу поршня $M$, первоначальное давление газа в цилиндре $p_1$, атмосферное давление $p_0$. На рисунке 43 изображены силы, действующие на поршень: $\vec F_1$ — сила давления газа, ее модуль $F_1 = p_1 S$; $\vec F_0$ — сила атмосферного давления, ее модуль $F_0 = p_0S$; $M\vec{g}$ — сила тяжести. Так как поршень покоится, то

$$p_1S = Mg + p_0S. \qquad (1)$$

Во втором состоянии добавляется сила веса $\vec{P}$ гири, поставленной на поршень, ее модуль $P = mg$. При этом изменяется сила давления $\vec{F}_2$ газа, модуль которой $F_2 = p_2S$. В результате

$$p_2S = Mg + p_0S + mg. \qquad (2)$$

Вычитая выражение (1) из выражения (2), получим:

$$(p_2 - p_1)S = mg. \qquad (3)$$

Соотношения между $p_1$ и $p_2$ получим из уравнений Клапейрона — Менделеева, примененных к первому и второму состояниям газа, учитывая, что его объем $V$ в обоих состояниях одинаков:

$$p_1V = \nu RT_1, \qquad (4)$$

$$p_2V = \nu RT_2. \qquad (5)$$

Разделив (5) на (4), получим:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow p_2 = p_1\frac{T_2}{T_1} \Rightarrow p_2 - p_1 = p_1\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) = p_1\frac{\Delta T}{T_1}.$$

Подставив полученное выражение в (3), имеем:

$$p_1\frac{\Delta T}{T_1}S = mg \Rightarrow m = \frac{p_1S}{g}\cdot\frac{\Delta T}{T_1};$$

$$m = \frac{9{,}3\cdot 10^4\cdot 6{,}0\cdot 10^{-3}}{10}\cdot\frac{100}{310} = 18\text{ кг}.$$

**Задача 3.** $\Delta T = 190$ К.

*Решение.* Уравнение изобарного процесса: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$. Числитель и знаменатель левой части этого уравнения умножим на массу $m$ газа. Получим: $\frac{m}{V_2}\cdot\frac{V_1}{m} = \frac{T_1}{T_2}$. Поскольку $\frac{m}{V} = \rho$, то уравнение примет вид:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = 2 \Rightarrow T_2 = \frac{1}{2}T_1 \Rightarrow \Delta T = T_1 - T_2 = \frac{1}{2}T_1;$$

$$\Delta T = \frac{1}{2}\cdot 380\text{ К} = 190\text{ К}.$$

**Задача 4.** $p = 6{,}0$ кПа.

*Решение.* Трубка состоит из двух сосудов, объемы $V$ и давления $p$ которых в начальном состоянии одинаковы (рис. 44).

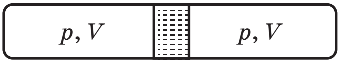



*Рис. 44*

При повороте трубки количество вещества в каждом сосуде не изменилось, температура по условию также осталась прежней, поэтому для газа в каждом сосуде справедливо уравнение изотермического процесса:

$$pV = p_1V_1, \quad (1)$$

$$pV = p_2V_2. \quad (2)$$

Поскольку общий объем сосудов не изменился, то

$$V_1 = 2V - V_2. \quad (3)$$

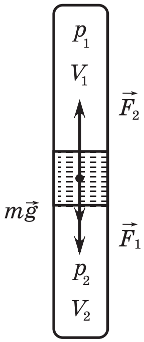



*Рис. 45*

Соотношение между давлениями в сосудах получим, рассматривая силы, действующие на столбик ртути в перевернутой трубке (рис. 45). На него действуют: сила тяжести $m\vec{g}$, сила $\vec{F}_1$ давления газа в верхнем сосуде, модуль которой $F_1 = p_1S$, и сила давления газа в нижнем сосуде, модуль которой $F_2 = p_2S$. Так как эти силы скомпенсированы, то

$$F_2 = F_1 + mg \Rightarrow p_2S = p_1S + mg \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_2 = p_1 + \frac{mg}{S}. \quad (4)$$

Подставим (3) в (1) и (4) в (2). Получим:

$$pV = p_1\left(2V - V_2\right), \quad (5)$$

$$pV = \left(p_1 + \frac{mg}{S}\right)V_2. \quad (6)$$

Приравняем правые части уравнений (5) и (6):

$$p_1\left(2V - V_2\right) = \left(p_1 + \frac{mg}{S}\right)V_2 \Rightarrow p_1 = \frac{mgV_2}{2S\left(V - V_2\right)}. \quad (7)$$

Подставим (3) и (7) в (1). Получим:

$$p = \frac{p_1V_1}{V} \Rightarrow p = \frac{mgV_2\left(2V - V_2\right)}{2SV\left(V - V_2\right)};$$

$$p = \frac{0{,}01 \cdot 10 \cdot 40 \cdot 10^{-6} \cdot (2 \cdot 50 \cdot 10^{-6} - 40 \cdot 10^{-6})}{2 \cdot 0{,}4 \cdot 10^{-4} \cdot 50 \cdot 10^{-6} \cdot (50 \cdot 10^{-6} - 40 \cdot 10^{-6})} = 6{,}0 \cdot 10^3 \text{ Па}.$$

## Занятие 16. Уравнение состояния идеального газа

**Задача 1.** $p = 160$ кПа.

*Решение*. Уравнения состояния газов в первом и втором сосудах:

$$p_1V_1 = \nu_1RT, \tag{1}$$

$$p_2V_2 = \nu_2RT. \tag{2}$$

Здесь $\nu_1$ — количество вещества газа в первом баллоне, $\nu_2$ — количество вещества газа во втором баллоне. Напомним, что количество вещества — это количество молекул вещества в единицах постоянной Авогадро.

Когда кран открыли, общее количество молекул не изменилось и осталось $\nu = \nu_1 + \nu_2$. Общий объем образовавшейся смеси газов равен сумме объемов сосудов: $V = V_1 + V_2$. Уравнение состояния для смеси газов:

$$pV = \nu RT \Rightarrow p\left(V_1 + V_2\right) = \left(\nu_1 + \nu_2\right)RT. \tag{3}$$

Теперь формально сложим уравнения (1) и (2). Получим:

$$p_1V_1 + p_2V_2 = \left(\nu_1 + \nu_2\right)RT. \tag{4}$$

Правые части уравнений (3) и (4) одинаковы. Приравняем левые части:

$$p\left(V_1 + V_2\right) = p_1V_1 + p_2V_2 \Rightarrow p = \frac{p_1V_1 + p_2V_2}{V_1 + V_2};$$

$$p = \frac{1 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3} + 3 \cdot 10^{-3}} = 1{,}6 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

**Задача 2.** $\Delta m_2 = 2{,}8$ кг.

*Решение*. Переведем температуры газа в СИ: $T_1 = 300$ К, $T_2 = 270$ К. Обозначим массу баллона $m_0$. Запишем уравнение Клапейрона — Менделеева для первого и второго состояний газа, учитывая, что объем баллона не изменился:

$$p_1V = \frac{m_1 - m_0}{M}RT_1, \tag{1}$$

$$p_2V = \frac{m_2 - m_0}{M}RT_2. \tag{2}$$

Разделим уравнение (1) на (2). Получим:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1 - m_0}{m_2 - m_0} \cdot \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow p_1T_2\left(m_2 - m_0\right) = p_2T_1\left(m_1 - m_0\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_0 = \frac{p_1T_2m_2 - p_2T_1m_1}{p_1T_2 - p_2T_1}.$$

Масса оставшегося в баллоне газа

$$\Delta m_2 = m_2 - m_0 \Rightarrow \tag{3}$$

$$\Rightarrow \Delta m_2 = m_2 - \frac{p_1T_2m_2 - p_2T_1m_1}{p_1T_2 - p_2T_1} \Rightarrow \Delta m_2 = \frac{p_2T_1}{p_1T_2 - p_2T_1}\cdot\left(m_1 - m_2\right);$$

$$\Delta m_2 = \frac{6{,}0\cdot 10^6\cdot 300\cdot\left(97 - 93{,}5\right)}{1{,}5\cdot 10^7\cdot 270 - 6{,}0\cdot 10^6\cdot 300} = 2{,}8 \text{ кг}.$$

**Задача 3.** $m = 170$ мг.

*Решение.* Первоначальный объем газа, закачанного в баллон, равен объему баллона плюс объем всех $n$ камер насоса, т. е. $V_0 + nV_1$. После того как весь этот газ оказался в баллоне, его объем стал равен $V_0$. Парциальное давление водяного пара в начальном состоянии находим из определения относительной влажности:

$$\varphi = \frac{p}{p_н} \Rightarrow p = \varphi p_н. \tag{1}$$

Далее предполагаем, что парциальное давление водяного пара в конечном состоянии равно давлению насыщенного пара $p_н$ при заданной температуре. Основанием для такого предположения является условие задачи, согласно которому в баллоне появилась сконденсированная влага. Если в ходе дальнейшего решения, в рамках сделанного предположения, получим отрицательное количество сконденсированной воды, будем искать другое решение. Начальные и конечные значения объемов и парциальных давлений водяного пара связываем с температурой с помощью уравнения Клапейрона — Менделеева:

$$p\left(V_0 + nV_1\right) = \frac{m_1}{M}RT, \tag{2}$$

$$p_нV_0 = \frac{m_2}{M}RT, \tag{3}$$

где $m_1$ — масса водяного пара в начальном состоянии, $m_2$ — масса водяного пара в конечном состоянии. Очевидно, что масса сконденсированной воды

$$m = m_1 - m_2. \tag{4}$$

Вычтем соотношение (3) из соотношения (2). Получим:

$$p\left(V_0 + nV_1\right) - p_нV_0 = \frac{m_1 - m_2}{M}RT.$$

Учитывая (1) и (4), получаем окончательно:

$$m = \frac{\left(\varphi\left(V_0 + nV_1\right) - V_0\right)p_{\text{н}}M}{RT};$$

$$m = \frac{\left(0{,}80 \cdot \left(33{,}2 \cdot 10^{-3} + 50 \cdot 0{,}498 \cdot 10^{-3}\right) - 33{,}2 \cdot 10^{-3}\right) \cdot 1{,}7 \cdot 10^{3} \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{8{,}3 \cdot 288} =$$

$$= 1{,}7 \cdot 10^{-4}\ \text{кг} = 170\ \text{мг}.$$

## Занятие 17. Первый закон термодинамики

**Задача 1.** $t_2 = 68$ °C.

*Решение.* В процессе теплообмена лед плавился при температуре 0 °C, для этого потребовалось количество теплоты

$$Q_1 = \lambda m_1.$$

Затем вода, образовавшаяся из растаявшего льда, нагревалась до температуры $t$, для чего потребовалось количество теплоты

$$Q_2 = cm_1(t - 0\ °\text{C}) = cm_1 t.$$

Эта теплота передавалась от воды, находившейся первоначально в калориметре, и ее количество

$$Q_3 = cm_2(t_2 - t).$$

Уравнение теплового баланса:

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 \Rightarrow \lambda m_1 + cm_1 t = cm_2(t_2 - t) \Rightarrow t_2 = \frac{\lambda m_1}{cm_2} + \left(\frac{m_1}{m_2} + 1\right)t;$$

$$t_2 = \frac{3{,}3 \cdot 10^5 \cdot 0{,}063}{4{,}2 \cdot 10^3 \cdot 0{,}45} + \left(\frac{0{,}063}{0{,}45} + 1\right) \cdot 50 = 68\ °\text{C}.$$

**Задача 2.** $\Delta U = 132$ Дж.

*Решение.* В начальном состоянии, поскольку поршни одинаковые и находятся на одном уровне, давление газа в закрытом сосуде равно атмосферному:

$$p_1 = p_0. \tag{1}$$

Начальный объем газа в закрытом сосуде

$$V_1 = SH. \tag{2}$$

Рассмотрим давление в ртути после того, как на левый поршень подействовали силой. На уровне штриховой линии $O_1O_2$

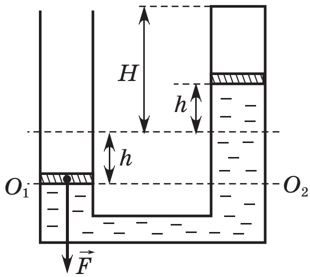



*Рис. 46*

оно одинаково в обоих сосудах (рис. 46). При этом в левом сосуде оно складывается из атмосферного давления $p_0$, давления, обусловленного весом поршня $\frac{mg}{S}$, где $m$ — масса поршня, и давления, оказываемого внешней силой $\frac{F}{S}$:

$$p = p_0 + \frac{mg}{S} + \frac{F}{S}. \qquad (3)$$

Давление на уровне $O_1O_2$ в правом сосуде складывается из давления $p_2$ газа в закрытом сосуде, давления, обусловленного весом поршня, и гидростатического давления столба ртути высотой $2h$:

$$p = p_2 + \frac{mg}{S} + \rho g \cdot 2h. \qquad (4)$$

Приравняем правые части выражений (3) и (4):

$$p_0 + \frac{mg}{S} + \frac{F}{S} = p_2 + \frac{mg}{S} + \rho g \cdot 2h \Rightarrow p_2 = p_0 + \frac{F}{S} - 2\rho g h. \qquad (5)$$

Объем газа в закрытом сосуде во втором состоянии

$$V_2 = S(H - h). \qquad (6)$$

Поскольку газ одноатомный идеальный, то изменение его внутренней энергии $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = 1{,}5(\nu RT_2 - \nu RT_1)$. Используя уравнение состояния идеального газа $pV = \nu RT$, получим:

$$\Delta U = 1{,}5\left(p_2V_2 - p_1V_1\right). \qquad (7)$$

Подставим выражения (1), (2), (5) и (6) в (7). Получим:

$$\Delta U = 1{,}5\left(\left(p_0 + \frac{F}{S} - 2\rho g h\right)S(H - h) - p_0SH\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta U = 1{,}5\left(F\left(H - h\right) - p_0Sh - 2\rho gSh(H - h)\right);$$

$$\Delta U = 1{,}5 \cdot (856 \cdot 0{,}25 - 1 \cdot 10^5 \cdot 30 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}25 -$$
$$- 2 \cdot 13{,}6 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 30 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}25 \cdot 025) = 132 \text{ Дж}.$$

**Задача 3.** $p = 20$ кПа.

*Решение.* Внутренняя энергия одноатомного идеального газа определяется выражением

$$U = \frac{3}{2}\nu RT. \qquad (1)$$

Уравнение состояния идеального газа:

$$pV = \nu RT. \qquad (2)$$

Сравнивая выражения (1) и (2), получим:

$$U = \frac{3}{2}pV \Rightarrow p = \frac{2U}{3V}; \quad p = \frac{2 \cdot 600}{3 \cdot 0{,}02} = 2 \cdot 10^4 \text{ Па}.$$

**Задача 4.** $\Delta U = 2{,}8$ кДж.

*Решение*. Первый закон термодинамики в применении к изобарному процессу:

$$Q = p\Delta V + \Delta U \Rightarrow \Delta U = Q - p\Delta V;$$

$$\Delta U = 3{,}2 \cdot 10^3 - 1 \cdot 10^5 \cdot 4{,}0 \cdot 10^{-3} = 2{,}8 \cdot 10^3 \text{ Дж}.$$

## Занятие 18. Тепловые двигатели. КПД тепловых двигателей

**Задача 1.** $\eta = 56\ \%$.

*Решение*. Цикл, по которому работает данный тепловой двигатель, является циклом Карно, для которого $\eta = \left(1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}}\right) \cdot 100\ \%$, где $T_{\max}$ — температура нагревателя, а $T_{\min}$ — температура холодильника. Привяжем эти температуры к состояниям 1 и 3: $T_{\min} = T_1$; $T_{\max} = T_3 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \eta = \left(1 - \frac{T_1}{T_3}\right) \cdot 100\ \%.$$

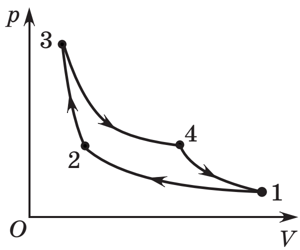



*Рис. 47*

Применим к состояниям *1* и 3 уравнение Клапейрона — Менделеева:

$$p_1V_1 = \nu RT_1; \quad p_3V_3 = \nu RT_3 \Rightarrow \frac{T_1}{T_3} = \frac{p_1}{p_3} \cdot \frac{V_1}{V_3}.$$

Рисунок 47 позволяет установить:

$$p_1 = p_{\min}; \quad p_3 = p_{\max} \Rightarrow \frac{p_1}{p_3} = \frac{p_{\min}}{p_{\max}} = \frac{1}{5{,}0};$$

$$V_1 = V_{\max}; \quad V_3 = V_{\min} \Rightarrow \frac{V_1}{V_3} = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = 2{,}2 \Rightarrow \frac{T_1}{T_3} = \frac{2{,}2}{5{,}0} = 0{,}44.$$

Окончательно: $\eta = (1 - 0{,}44) \cdot 100\ \% = 56\ \%$.

**Задача 2.** $\Delta T_1 = 440$ К.

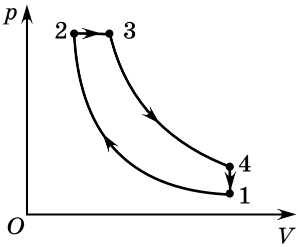



*Рис. 48*

*Решение.* Процессы 1—2 и 3—4 адиабатные, проходят без теплообмена с окружающей средой. Следовательно, газ получает теплоту от нагревателя только в процессе изобарного расширения 2—3 и отдает остаток количества теплоты в процессе изохорного охлаждения 4—1, т. е. $Q_1 = Q_{2-3}$ и $Q_2 = Q_{4-1}$.

В изобарном процессе 2—3 совершается механическая работа $A_{2-3}$ сил давления газа и изменяется внутренняя энергия $\Delta U_{2-3}$ газа. Первый закон термодинамики для этого процесса:

$$Q_{2-3} = A_{2-3} + \Delta U_{2-3}. \qquad (1)$$

Работа сил давления газа $A_{2-3} = p_{23}\Delta V_{2-3}$, где $p_{23} = p_2 = p_3$ (рис. 48), $\Delta V_{2-3} = V_3 - V_2 \Rightarrow A_{2-3} = p_{23}(V_3 - V_2) = p_3V_3 - p_2V_2$. Применим уравнение Клайперона — Менделеева к этим состояниям:

$$p_2V_2 = \nu RT_2;\ p_3V_3 = \nu RT_3 \Rightarrow A_{2-3} = \nu R(T_3 - T_2) = \nu R\Delta T_1. \qquad (2)$$

Поскольку газ идеальный одноатомный, то изменение внутренней энергии

$$\Delta U_{2-3} = \frac{3}{2}\nu R\left(T_3 - T_2\right) = \frac{3}{2}\nu R\Delta T_1. \qquad (3)$$

Подставляя (2) и (3) в (1), получим:

$$Q_1 = Q_{2-3} = \frac{5}{2}\nu R\Delta T_1. \qquad (4)$$

В изохорном процессе 4—1 работа сил давления газа равна нулю, отданное количество теплоты равно изменению внутренней энергии газа:

$$Q_2 = \frac{3}{2}\nu R\Delta T_2. \qquad (5)$$

Разделив (4) на (5), получим: $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{5\Delta T_1}{3\Delta T_2} \Rightarrow \Delta T_1 = \Delta T_2\frac{3Q_1}{5Q_2}$.

$$\Delta T_1 = 290 \cdot \frac{3 \cdot 2200}{5 \cdot 870} = 440 \text{ К}.$$

*Примечание.* Если познакомить учащихся с молярными теплоемкостями одноатомных идеальных газов $C_p = \frac{5}{2}R$ и $C_V = \frac{3}{2}R$, то задача решается в одну строчку.

**Задача 3.** $T_2 = 900$ К.

*Решение.* Коэффициент полезного действия теплового двигателя

$$\eta = \frac{A}{Q_1} \cdot 100\ \%.$$

Если двигатель работает по циклу Карно, то:

$$\eta = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \cdot 100\ \%.$$

Приравнивая правые части этих выражений, получим:

$$\frac{A}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow T_2 = T_1\left(1 - \frac{A}{Q_1}\right); \quad T_2 = 1500 \cdot \left(1 - \frac{1,2}{3,0}\right) = 900\ \text{К}.$$

**Задача 4.** $T_1 = 625$ К.

*Решение.* Работа газа за цикл равна площади фигуры, ограниченной графиком циклического процесса в координатах $p$, $V$ (заштрихованный прямоугольник на рисунке 49). По рисунку:

$$A = (p_3 - p_1)(V_3 - V_1) = p_3V_3 - p_1V_3 - p_3V_1 + p_1V_1. \qquad (1)$$

Запишем уравнение Клапейрона — Менделеева для состояний 1 и 3:

$$p_1V_1 = \nu RT_1, \qquad (2)$$

$$p_3V_3 = \nu RT_3. \qquad (3)$$

Согласно условию давление $p$ линейно зависит от объема $V$. Следовательно (рис. 49):

$$\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_3}{V_3} \Rightarrow p_1V_3 = p_3V_1.$$

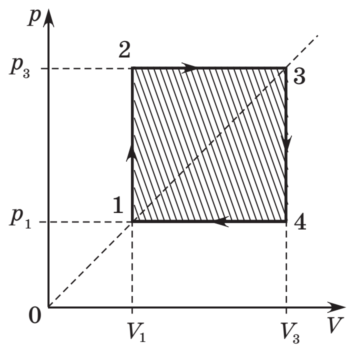


*Рис. 49*

С учетом этого, а также уравнений (2) и (3), выражение (1) примет вид:

$$A = \nu RT_3 - 2p_1V_3 + \nu RT_1. \qquad (4)$$

Для нахождения перекрестного произведения $p_1V_3$ применим следующий, редко используемый прием. Как правило, во многих физических задачах, приводящих к системам уравнений, лишние данные наиболее просто исключаются делением одного уравнения на другое. В данном случае, напротив, успех достигается перемножением уравнений (2) и (3):

$$p_1V_1p_3V_3 = (\nu R)^2T_1T_3 \Rightarrow p_1V_3p_3V_1 = (\nu R)^2T_1T_3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (p_1V_3)^2 = (\nu R)^2T_1T_3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ p_1V_3 = \nu R\sqrt{T_1T_3}. \qquad (5)$$

Подставив (5) в (4), получим:

$$A = \nu RT_3 - 2\nu R\sqrt{T_1T_3} + \nu RT_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ A = \nu R\left(T_3 - 2\sqrt{T_1T_3} + T_1\right) \Rightarrow \frac{A}{\nu R} = \left(\sqrt{T_3} - \sqrt{T_1}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\sqrt{T_3} - \sqrt{T_1}\right) = \pm\sqrt{\frac{A}{\nu R}}.$$

На рисунке видно, что $T_3 > T_1$. Следовательно,

$$\sqrt{T_3} - \sqrt{T_1} = \sqrt{\frac{A}{\nu R}} \Rightarrow \sqrt{T_1} = \sqrt{T_3} - \sqrt{\frac{A}{\nu R}} \Rightarrow T_1 = \left(\sqrt{T_3} - \sqrt{\frac{A}{\nu R}}\right)^2;$$

$$T_1 = \left(\sqrt{1225} - \sqrt{\frac{830}{1{,}00 \cdot 8{,}3}}\right)^2 = 625\ \text{К}.$$

## Занятие 19. Закон Кулона. Напряженность электростатического поля

**Задача 1.** $F_2 = 21$ мН.

*Решение.* Поскольку шарики притягиваются, их заряды разноименные. Если половину заряда перенести с одного шарика на другой, заряды обоих шариков уменьшатся в два раза. Следовательно, сила кулоновского взаимодействия уменьшится в 4 раза. $F_2 = \dfrac{1}{4}F_1$; $F_2 = \dfrac{1}{4} \cdot 84 = 21$ мН.

**Задача 2.** $q_1 = -1$ нКл.

*Решение.* Напряженность электростатического поля в каждой точке пространства направлена по касательной к силовой линии поля. Выберем систему координат, оси которой направим вдоль линий сетки рисунка (рис. 50). Выберем точку $A$, в которой напряженность электроста-

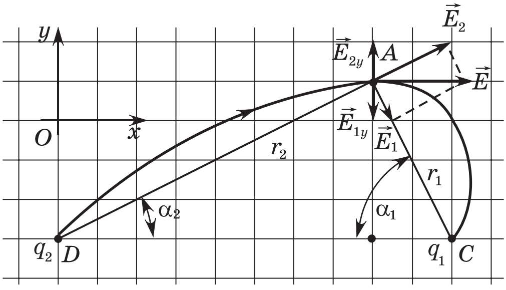



*Рис. 50*

тического поля $\vec{E}$ направлена вдоль оси $Ox$. По направлению силовой линии устанавливаем, что заряд $q_1$ отрицателен, а $q_2$ положителен. Изобразим на рисунке векторы напряженностей полей, создаваемых зарядами. По принципу суперпозиции напряженность электростатического поля, создаваемого двумя точечными зарядами, $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, где $\vec{E}_1$ — напряженность поля, создаваемого зарядом $q_1$, ее модуль

$$E_1 = k\frac{|q_1|}{r_1^2}, \qquad (1)$$

$\vec{E}_2$ — напряженность поля, создаваемого зарядом $q_2$, ее модуль

$$E_2 = k\frac{|q_2|}{r_2^2}; \qquad (2)$$

$k$ — коэффициент в законе Кулона, $r_1$ и $r_2$ — расстояния до точки $A$ от зарядов $q_1$ и $q_2$ соответственно.

В проекциях на ось $Oy$: $E_y = E_{1y} + E_{2y}$. В точке $A$: $E_y = 0 \Rightarrow$ $\Rightarrow E_{1y} + E_{2y} = 0$.

На рисунке видно: $E_{1y} = -E_1 \sin\alpha_1$, $E_{2y} = E_2 \sin\alpha_2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow E_2 \sin\alpha_2 - E_1 \sin\alpha_1 = 0. \qquad (3)$$

С помощью рисунка устанавливаем:

$$\sin\alpha_1 = \frac{AB}{r_1}; \ \sin\alpha_2 = \frac{AB}{r_2}. \qquad (4)$$

Подставив выражения (1), (2) и (4) в (3), получим:

$$k\frac{|q_2|}{r_2^2}\cdot\frac{AB}{r_2} - k\frac{|q_1|}{r_1^2}\cdot\frac{AB}{r_1} = 0 \Rightarrow |q_1| = |q_2|\cdot\frac{r_1^3}{r_2^3}. \qquad (5)$$

Чтобы найти $r_1$ и $r_2$, введем масштабный множитель $a$, равный длине стороны одной клеточки на рисунке, и имеем:

$$AB = 4a,\ BC = 2a,\ BD = 8a.$$

По теореме Пифагора:

$$r_1 = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{20}a,\ r_2 = \sqrt{AB^2 + BD^2} = \sqrt{80}a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{r_1^3}{r_2^3} = \left(\frac{20}{80}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{8}.$$

Подставим в (5):

$$|q_1| = \frac{1}{8}|q_2|,\ |q_1| = 1\text{нКл},\ q_1 = -1\ \text{нКл}.$$

**Задача 3.** $E = 180\ \dfrac{\text{В}}{\text{м}}$.

*Решение.* Напряженность поля, создаваемого двумя зарядами, равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности. Поскольку заряды разноименные, то в указанной точке векторы $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ имеют одинаковое направление и модуль результирующего поля:

$$E = E_1 + E_2;\ E_1 = \frac{k|q_1|}{r^2};\ \ E_2 = \frac{k|q_2|}{r^2},$$

где $r = \dfrac{l}{2} = 0{,}2$ м.

В результате

$$E = \frac{k\left(|q_1| + |q_2|\right)}{r^2};$$

$$E = \frac{9\cdot 10^9\cdot\left(0{,}6\cdot 10^{-9} + 0{,}2\cdot 10^{-9}\right)}{0{,}2^2} = 180\ \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

**Задача 4.** Модуль силы взаимодействия уменьшится в 3 раза, при этом сила притяжения изменится на силу отталкивания.

*Решение.* Модуль силы кулоновского притяжения в начальном состоянии

$$F_1 = k\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{r^2}. \qquad (1)$$

Так как шарики одинаковые, то при соприкосновении их заряды станут одинаковыми: $q_1' = q_2' = q'$. По закону сохранения заряда $q' = \dfrac{1}{2}(q_1 + q_2)$; $q' = \dfrac{1}{2}(3 - 9) = -3$ мкКл. Модуль силы Кулона в конечном состоянии

$$F_2 = k\frac{q'^2}{r^2}. \qquad (2)$$

Разделив (2) на (1), получим:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{q'^2}{|q_1|\cdot|q_2|};\quad \frac{F_2}{F_1} = \frac{\left(-3\cdot 10^{-6}\right)^2}{3\cdot 10^{-6}\cdot 9\cdot 10^{-6}} = \frac{1}{3}.$$

## Занятие 20. Потенциал. Разность потенциалов

**Задача 1.** $A = 324$ мкДж.

*Решение.* Будем считать первый заряд неподвижным и создающим поле, потенциал которого на расстоянии $r$ от него $\varphi = \frac{kq_1}{r}$. Второй заряд будем перемещать в поле первого, при этом совершим работу:

$$A = q_2(\varphi_2 - \varphi_1) \Rightarrow A = q_2\left(\frac{kq_1}{r_2} - \frac{kq_1}{r_1}\right) = kq_1q_2\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right);$$

$$A = 9 \cdot 10^9 \cdot 10 \cdot 10^{-9} \cdot 40 \cdot 10^{-9} \cdot \left(\frac{1}{0{,}01} - \frac{1}{0{,}1}\right) = 324 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}.$$

**Задача 2.** $W_к = 29$ мкДж.

*Решение.* Заряд, находящийся в вершине треугольника, обладает потенциальной энергией, равной $W_п = q\varphi$, где $\varphi$ — потенциал поля, создаваемого двумя другими зарядами:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = 2\frac{kq}{a} \Rightarrow W_к = 2\frac{kq^2}{a}.$$

Если этот заряд отпустить, вся его потенциальная энергия перейдет в кинетическую, следовательно:

$$W_к = W_п = 2\frac{kq^2}{a}; \quad W_к = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \left(18 \cdot 10^{-9}\right)^2}{0{,}2} = 29 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}.$$

**Задача 3.** $\varphi = 300$ В.

*Решение.* Отвлечемся от решения данной задачи и рассмотрим характеристики электростатического поля, создаваемого точечным зарядом $q$ в точке $A$ на расстоянии $r$ от него. Модуль напряженности поля в этой точке $E = k\frac{q}{r^2}$. Ее проекции на оси координат:

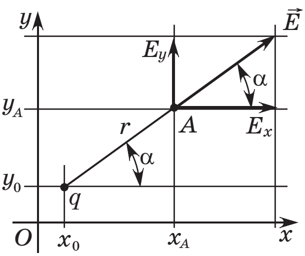


*Рис. 51*

$$E_x = k\frac{q}{r^2}\cos\alpha, \quad E_y = k\frac{q}{r^2}\sin\alpha.$$

На рисунке 51 видно, что

$$\cos\alpha = \frac{x_A - x_0}{r}, \quad \sin\alpha = \frac{y_A - y_0}{r}.$$

Следовательно,

$$E_x = k\frac{q}{r^2}\cdot\frac{x_A - x_0}{r},\ \ E_y = k\frac{q}{r^2}\cdot\frac{y_A - y_0}{r}. \qquad (1)$$

Потенциал поля точечного заряда в точке $A$ определяется выражением

$$\varphi = k\frac{q}{r}. \qquad (2)$$

Сравнивая выражения (1) и (2), получим:

$$E_x = \varphi\frac{x_A - x_0}{r^2},\ \ E_y = \varphi\frac{y_A - y_0}{r^2}. \qquad (3)$$

Осталось заметить, что

$$r^2 = (x_A - x_0)^2 + (y_A - y_0)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_x = \varphi\frac{x_A - x_0}{(x_A - x_0)^2 + (y_A - y_0)^2},\ \ E_y = \varphi\frac{y_A - y_0}{(x_A - x_0)^2 + (y_A - y_0)^2}. \qquad (4)$$

А теперь вернемся к условию решаемой задачи. Поле создают два точечных заряда. По принципу суперпозиции для напряженностей:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \Rightarrow E_x = E_{1x} + E_{2x};\ \ E_y = E_{1y} + E_{2y}.$$

Используя выражения (4), получим:

$$E_x = \varphi_1\frac{x_A - x_1}{(x_A - x_1)^2 + (y_A - y_1)^2} + \varphi_2\frac{x_A - x_2}{(x_A - x_2)^2 + (y_A - y_2)^2}, \qquad (5)$$

$$E_y = \varphi_1\frac{y_A - y_1}{(x_A - x_1)^2 + (y_A - y_1)^2} + \varphi_2\frac{y_A - y_2}{(x_A - x_2)^2 + (y_A - y_2)^2}. \qquad (6)$$

Принцип суперпозиции для потенциалов:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2. \qquad (7)$$

Дальнейший ход решения заключается в том, что из приведенного в условии рисунка определяем координаты зарядов и точки $A$ и подставляем их в (5) и (6). Получим систему двух уравнений с двумя неизвестными $\varphi_1$ и $\varphi_2$, решая которую приходим к ответу с помощью (7).

По рисунку:

$$x_A = 0 \text{ м},\ y_A = 2 \text{ м},\ x_1 = 2 \text{ м},\ y_1 = 3 \text{ м},\ x_2 = 3 \text{ м},\ y_2 = 1 \text{ м} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_A - x_1 = -2 \text{ м},\ y_A - y_1 = -1 \text{ м},\ x_A - x_2 = -3 \text{ м},\ y_A - y_2 = 1 \text{ м};$$

$$r_1^2 = (x_A - x_1)^2 + (y_A - y_1)^2 = (-2)^2 + (-1)^2 = 5 \text{ м}^2;$$

$$r_2^2 = (x_A - x_2)^2 + (y_A - y_2)^2 = (-3)^2 + 1^2 = 10 \text{ м}^2.$$

Подставим полученные значения, а также значения $E_x$ и $E_y$ в (5) и (6), получим систему уравнений

$$\begin{cases} -200 = -\dfrac{2}{5}\varphi_1 - \dfrac{3}{10}\varphi_2; \\ -300 = -\dfrac{1}{5}\varphi_1 + \dfrac{1}{10}\varphi_2, \end{cases}$$

решая которую находим:

$$\varphi_1 = 1100 \text{ В}, \varphi_2 = -800 \text{ В} \Rightarrow \varphi = 1100 - 800 = 300 \text{ В}.$$

## Занятие 21. Электроемкость. Конденсаторы

**Задача 1.** $W_2 = 87$ мкДж.

*Решение*. Заряд, приобретенный конденсатором $C_1$, $q = C_1U$. После изменения положения ключа заряд перераспределился между конденсаторами, при этом напряжение на конденсаторах стало таким, что $C_1U = (C_1 + C_2)U_1 \Rightarrow U_1 = \dfrac{C_1U}{C_1 + C_2}$.

Энергия второго конденсатора

$$W_2 = \frac{C_2U_1^2}{2} \Rightarrow W_2 = \frac{C_2}{2}\left(\frac{C_1U}{C_1 + C_2}\right)^2;$$

$$W_2 = \frac{1{,}74 \cdot 10^{-6}}{2} \cdot \left(\frac{1{,}16 \cdot 25}{1{,}16 + 1{,}74}\right)^2 = 87 \cdot 10^{6} \text{ Дж}.$$

*Примечание*. Многие пытаются решить подобную задачу, используя закон сохранения энергии: энергия, запасенная в первом конденсаторе, сохранится и перераспределится между конденсаторами после отключения источника. Это неверное решение. После отключения источника и подключения второго конденсатора возникнут электромагнитные колебания (переменный электрический ток), которые часть энергии превратят в Джоулеву теплоту и (или) в энергию электромагнитной волны (даже если провода из сверхпроводника). Нужно помнить, что энергия хоть и сохраняется, но может превращаться в другие виды, и эти превращения не всегда очевидны. Закон сохранения электрического заряда, который использован в данном решении, надежен, заряд — всегда заряд.

**Задача 2.** $U_1 = 5$ В.

*Решение.* При погружении конденсатора в керосин его емкость возросла в 2 раза, а заряд не изменился. Следовательно,

$$q = CU_0 = 2C_0U_1 \Rightarrow U_1 = \frac{1}{2}U_0;\ U_1 = 0{,}5 \cdot 10 = 5 \text{ В}.$$

**Задача 3.** $q_1' = (q_1 + q_2)\dfrac{R_1}{R_1 + R_2}$, $q_2' = (q_1 + q_2)\dfrac{R_2}{R_1 + R_2}$.

*Решение.* В задачах на сочетание закона Кулона и закона сохранения электрического заряда обычно предполагается, что после соприкосновения проводников суммарный заряд перераспределился поровну между проводниками (см. задачу 4 занятия 19). Однако это справедливо, только если проводники одинаковые. В общем случае распределение зарядов между проводниками зависит от их емкостей. Емкость любого проводника (в том числе проводящего шарика) определяется таким же выражением, как емкость конденсатора: $C = \dfrac{q}{U}$, где $q$ — заряд проводника, а $U$ — напряжение между поверхностью проводника и поверхностью Земли, потенциал которой равен нулю. В результате $U = \varphi$, где $\varphi$ — потенциал поверхности проводника.

Для заряженного шара $\varphi = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{q}{R} \Rightarrow C = 4\pi\varepsilon_0 R$.

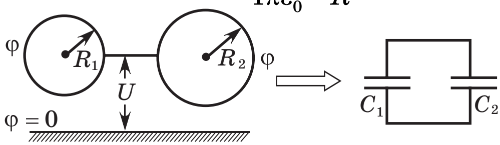



*Рис. 52*

Соприкосновение (или соединение проводником) шариков равносильно параллельному соединению конденсаторов (рис. 52). Полный заряд шариков $q = q_1 + q_2$, емкость системы $C = C_1 + C_2 = 4\pi\varepsilon_0(R_1 + R_2)$. При соединении поверхности обоих шариков имеют одинаковый потенциал

$$\varphi = \frac{q}{C} \Rightarrow \varphi = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\varepsilon_0 (R_1 + R_2)}.$$

Заряды шариков равны соответственно:

$$q_1' = C_1\varphi \Rightarrow q_1' = (q_1 + q_2)\frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\text{и } q_2' = C_2\varphi \Rightarrow q_2' = (q_1 + q_2)\frac{R_2}{R_1 + R_2}.$$

**Задача 4.** $A = \dfrac{CU^2(\varepsilon - 1)}{2}$.

*Решение.* Работа внешней силы равна изменению энергии системы:

$$A = \Delta W = W_2 - W_1.$$

Начальная энергия конденсатора определяется выражением $W_1 = \dfrac{CU^2}{2}$. После извлечения диэлектрика емкость конденсатора изменится и станет $C_2 = \dfrac{C}{\varepsilon}$. Так как конденсатор отключен от источника тока, то заряд на пластинах останется неизменным: $q = CU$. Конечная энергия конденсатора будет определяться выражением:

$$W_2 = \frac{q^2}{2C_2} \Rightarrow W_2 = \frac{CU^2\varepsilon}{2}.$$

В результате $A = \dfrac{CU^2(\varepsilon - 1)}{2}$.

Обратим внимание, что энергия конденсатора увеличилась ($\varepsilon > 1$) за счет положительной работы внешней силы. Это значит, что конденсатор «сопротивлялся» при извлечении из него диэлектрика. Природа такого «сопротивления» заключается в наличии сил притяжения $\vec{F}'$ между зарядами на пластинах конденсатора и поляризационными зарядами на краях диэлектрика, которые пришлось преодолевать внешней силе $\vec{F}$ (рис. 53).

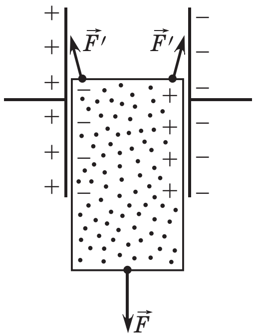


*Рис. 53*

**Задача 5.** $A = \dfrac{CU^2(\varepsilon - 1)}{2\varepsilon}$.

*Решение.* Начальная энергия конденсатора такая же, как в задаче 4: $W_1 = \dfrac{CU^2}{2}$. Конечная емкость конденсатора также совпадает с конечной емкостью в задаче 4: $C_2 = \dfrac{C}{\varepsilon}$. Однако в процессе извлечения диэлектрика неизменным остается не заряд, как в задаче 4, а напряжение $U$. Поэтому конечная энергия конденсатора определяется выражением:

$$W_2 = \frac{C_2U^2}{2} \Rightarrow W_2 = \frac{CU^2}{2\varepsilon}.$$

Изменение энергии

$$\Delta W = W_2 - W_1 \Rightarrow \Delta W = \frac{CU^2(1-\varepsilon)}{2\varepsilon}.$$

Поскольку $\varepsilon > 1$, то $\Delta W < 0$, т. е. энергия конденсатора уменьшилась. В то же время направления сил при извлечении конденсатора не изменились, значит, работа внешней силы должна быть положительной. В чем причина?

Причина в том, что конденсатор остается подключенным к источнику тока, а заряд на его пластинах изменился от $q_1 = CU$ до $q_2 = C_2U = \frac{CU}{\varepsilon}$. Изменение заряда $\Delta q = q_2 - q_1 = \frac{CU(1-\varepsilon)}{\varepsilon}$ — это тот заряд, который прошел через источник тока. При этом сторонние силы источника совершили работу $A_{\text{ст}} = \Delta q\mathscr{E}$, где $\mathscr{E}$ — электродвижущая сила (ЭДС) источника тока. Поскольку конденсатор размыкает цепь, то

$$\mathscr{E} = U \Rightarrow A_{\text{ст}} = \Delta qU \Rightarrow A_{\text{ст}} = \frac{CU^2(1-\varepsilon)}{\varepsilon}.$$

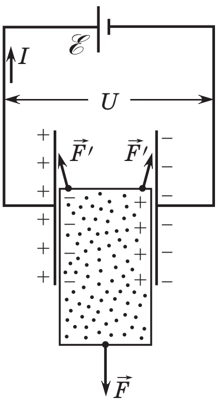


*Рис. 54*

Эта работа отрицательна, что легко объяснить, поскольку направление тока противоположно полярности источника (рис. 54).

Теперь понятно, что изменение энергии конденсатора обусловлено одновременной работой внешней силы и сторонних сил источника тока:

$$\Delta W = A + A_{\text{ст}} \Rightarrow A = \Delta W - A_{\text{ст}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = \frac{CU^2(1-\varepsilon)}{2\varepsilon} - \frac{CU^2(1-\varepsilon)}{\varepsilon} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = \frac{CU^2(\varepsilon-1)}{2\varepsilon}.$$

Эта работа положительна.

**Занятие 22.** Закон Ома для участка цепи. Закон Ома для полной цепи

**Задача 1.** $R_3 = 7$ Ом.

*Решение.*

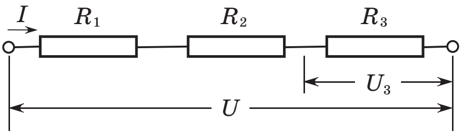



*Рис. 55*

$$U - U_3 = I(R_1 + R_2) \Rightarrow I = \frac{U - U_3}{R_1 + R_2};$$

$$U_3 = IR_3 \Rightarrow R_3 = \frac{U_3}{I} \Rightarrow R_3 = \frac{U_3}{U - U_3} \cdot (R_1 + R_2) \text{ (рис. 55).}$$

Вычисления: $R_3 = \frac{4}{16 - 4} \cdot (13 + 8) = 7$ Ом.

**Задача 2.** $l_1 = 12$ см, $R_1 = 60$ Ом, $R_2 = 180$ Ом.

*Решение.* Обозначим сопротивление части $AC$ проволоки $R_{01}$, а части $CB$ — $R_{02}$. Полное сопротивление проволоки

$$R_0 = R_{01} + R_{02}.$$

Тепловая мощность в резисторе сопротивлением $R_3$ равна нулю, если напряжение на нем отсутствует. В этом случае напряжения на резисторе $R_1$ и на участке $AC$ одинаковы: $I_1R_1 = I_2R_{01}$. Одинаковы также напряжения на резисторе $R_2$ и на участке $CB$: $I_1R_2 = I_2R_{02}$. Исключая токи из этих выражений, получим:

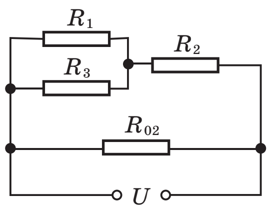



*Рис. 56*

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_{01}}{R_{02}} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{l_1}{l_2}. \quad (1)$$

Эквивалентная схема в случае, когда подвижный контакт совмещен с $A$, приведена на рисунке 56. В этой схеме:

$$R_{13} = \frac{R_1R_3}{R_1 + R_3}; \quad R_{132} = \frac{R_1R_3}{R_1 + R_3} + R_2 = \frac{R_1R_3 + R_1R_2 + R_3R_2}{R_1 + R_3}.$$

Запишем силу тока через резистор сопротивлением $R_2$:

$$I_2 = \frac{U}{R_{132}} = \frac{U(R_1 + R_3)}{R_1R_3 + R_1R_2 + R_3R_2}.$$

Напряжение на резисторе сопротивлением $R_3$:

$$U_3 = I_2R_{13} = \frac{I_2R_1R_3}{R_1 + R_3} = \frac{UR_1R_3}{R_1R_3 + R_1R_2 + R_3R_2}.$$

Мощность, выделяемая в резисторе сопротивлением $R_3$:

$$P_1 = \frac{U_3^2}{R_3} \Rightarrow P_1 = \frac{U^2R_1^2R_3}{(R_1R_3 + R_1R_2 + R_3R_2)^2}. \qquad (2)$$

Если подвижный контакт находится в крайнем правом положении, то эквивалентная схема будет такой же, как на рисунке 56, только резисторы $R_1$ и $R_2$ поменяются местами. При этом в выражении для мощности сопротивление $R_1$ нужно заменить на $R_2$ и наоборот:

$$P_2 = \frac{U^2R_2^2R_3}{(R_1R_3 + R_1R_2 + R_3R_2)^2}. \qquad (3)$$

Разделив (3) на (2), получим:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{R_2^2}{R_1^2} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \sqrt{\frac{P_2}{P_1}}; \ \frac{R_2}{R_1} = \sqrt{\frac{1,8}{0,2}} = 3 \Rightarrow R_2 = 3R_1. \qquad (4)$$

Подставив (4) в (1), имеем: $\frac{l_1}{l_2} = \frac{1}{3} \Rightarrow l_1 = \frac{1}{4}l$; $l_1 = 12$ см.

Из (3) найдем $U\sqrt{\frac{R_3}{P_2}} = \frac{R_1R_3 + R_1R_2 + R_3R_2}{R_2}$.

Заменим $R_2$ в соответствии с (4):

$$U\sqrt{\frac{R_3}{P_2}} = \frac{R_1R_3 + 3R_1^2 + 3R_3R_1}{3R_1} = \frac{1}{3}R_3 + R_1 + R_3 = \frac{4}{3}R_3 + R_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_1 = U\sqrt{\frac{R_3}{P_2}} - \frac{4}{3}R_3.$$

$$R_1 = 24 \cdot \sqrt{\frac{45}{1,8}} - \frac{4 \cdot 45}{3} = 60 \text{ Ом}, \ R_2 = 3 \cdot 60 = 180 \text{ Ом}.$$

**Задача 3.** $R_V = \frac{U_1}{I_1}$, $R = \frac{U_1U_2}{U_1I_2 - U_2I_1}$, $R_A = \frac{U_3}{I_3} - \frac{U_1U_2}{U_1I_2 - U_2I_1}$.

*Решение.* В первом эксперименте ток через амперметр и вольтметр один и тот же. Следовательно,

$$I_1 = \frac{U_1}{R_V} \Rightarrow R_V = \frac{U_1}{I_1}. \qquad (1)$$

Во втором эксперименте ток $I_2$ протекает через участок цепи, состоящий из параллельно соединенных резистора и вольтметра, общее сопротивление которого $R_O = \dfrac{RR_V}{R + R_V}$. Напряжение на этом участке равно $U_2$. По закону Ома для участка цепи

$$U_2 = I_2R_O \Rightarrow U_2 = \frac{I_2RR_V}{R + R_V} \Rightarrow U_2R + U_2R_V = I_2RR_V. \qquad (2)$$

Подставляя (1) в (2), получим:

$$U_2R + U_2\frac{U_1}{I_1} = I_2R\frac{U_1}{I_1} \Rightarrow R = \frac{U_1U_2}{U_1I_2 - U_2I_1}. \qquad (3)$$

В третьем эксперименте ток через амперметр и резистор один и тот же. Следовательно,

$$I_3 = \frac{U_3}{R_A + R} \Rightarrow R_A = \frac{U_3}{I_3} - R \Rightarrow R_A = \frac{U_3}{I_3} - \frac{U_1U_2}{U_1I_2 - U_2I_1}. \qquad (4)$$

## **Занятие 23.** Работа и мощность тока

**Задача 1.** $\eta = 80\ \%$.

*Решение*. КПД источника тока $\eta = \dfrac{R}{R + r} \cdot 100\ \%$. Умножим числитель и знаменатель на силу тока $I$, получим $\eta = \dfrac{IR}{I(R + r)} \cdot 100\ \%$. Учитывая, что $IR = U$, а $I(R + r) = \mathscr{E}$, получим $\eta = \dfrac{U}{\mathscr{E}} \cdot 100\ \%$; $\eta = \dfrac{8}{10} \cdot 100\ \% = 80\ \%$.

**Задача 2.** $P_{max} = 34$ Вт.

*Решение*. Мощность, выделяющаяся во внешней цепи:

$$P = I^2R, \qquad (1)$$

где $I$ — сила тока в цепи, $R$ — сопротивление внешней цепи. Закон Ома для полной цепи:

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R + r}, \qquad (2)$$

где $\mathscr{E}$ — ЭДС источника тока, $r$ — его внутреннее сопротивление. Из (2) имеем $R = \dfrac{\mathscr{E}}{I} - r$ и, подставив в (1), получим:

$$P = I\mathscr{E} - I^2r. \qquad (3)$$

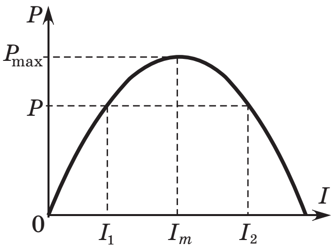


*Рис. 57*

Таким образом, мощность $P$ является квадратной функцией силы тока $I$. Графиком этой функции является парабола, ветви которой направлены вниз (рис. 57). Важно отметить, что одна и та же мощность может быть получена при двух различных значениях силы тока в цепи $I_1$ и $I_2$, что соответствует двум различным значениям внешнего сопротивления $R_1$ и $R_2$.

Подставив (2) в (1), найдем:

$$P = \frac{\mathscr{E}^2 R}{(R + r)^2}. \qquad (4)$$

Применив (4) к двум сопротивлениям $R_1$ и $R_2$, обеспечивающим одинаковую мощность во внешней цепи, имеем равенство:

$$\frac{\mathscr{E}^2 R_1}{(R_1 + r)^2} = \frac{\mathscr{E}^2 R_2}{(R_2 + r)^2} \Rightarrow R_1 (R_2 + r)^2 = R_2 (R_1 + r)^2 \Rightarrow r = \sqrt{R_1 R_2}. \qquad (5)$$

Таким образом, **одинаковая мощность во внешней цепи выделяется, если внутреннее сопротивление источника тока равно среднему геометрическому поочередно подключаемых к нему сопротивлений.**

Сила тока $I_m$, соответствующая максимальной мощности $P_{max}$, может быть найдена как вершина параболы, описываемой уравнением (3):

$$I_m = \frac{\mathscr{E}}{2r}. \qquad (6)$$

Подставив (6) в (3), получим:

$$P_{max} = \frac{\mathscr{E}^2}{4r}. \qquad (7)$$

Ток короткого замыкания:

$$I_{к.з.} = \frac{\mathscr{E}}{r} \Rightarrow \mathscr{E} = I_{к.з.} r. \qquad (8)$$

Подставив (8) и (5) в (7), окончательно имеем:

$$P_{max} = \frac{I_{к.з.}^2}{4} \sqrt{R_1 R_2};$$

$$P_{max} = \frac{100}{4} \cdot \sqrt{0{,}68 \cdot 2{,}72} = 34 \text{ Вт}.$$

**Задача 3.** $Q = 225$ Дж.

*Решение.* Мощность тока $P = I^2R$. В промежутке времени от $t_0 = 0$ с до $t_1 = 20$ с ток постоянный и мощность также постоянная:

$$P = I_1^2 R.$$

В промежутке времени от $t_1 = 20$ с до $t_2 = 40$ с мощность возрастает по закону:

$$P = I^2R = \left(I_1\sqrt{\frac{t}{t_1}}\right)^2 R \Rightarrow P = \frac{I_1^2R}{t_1}t.$$

При $t > t_2$ мощность убывает по закону:

$$P = I^2R = \left(I_1\sqrt{4 - \frac{t}{t_1}}\right)^2 R \Rightarrow P = 4I_1^2R - \frac{I_1^2R}{t_1}t.$$

Мощность станет равна нулю в момент времени $t = t_3$ такой, что:

$$4I_1^2R - \frac{I_1^2R}{t_1}t_3 = 0 \Rightarrow t_3 = 4t_1;\ t_3 = 4 \cdot 20 \text{ с} = 80 \text{ с}.$$

Построим график зависимости мощности от времени (рис. 58). Для этого проведем вычисления:
в промежутке времени от $t_0 = 0$ с до $t_1 = 20$ с

$$P = 0{,}5^2 \cdot 10 = 2{,}5 \text{ Вт};$$

при $t_2 = 40$ с

$$P = 2{,}5 \cdot \frac{40}{20} = 5{,}0 \text{ Вт}.$$

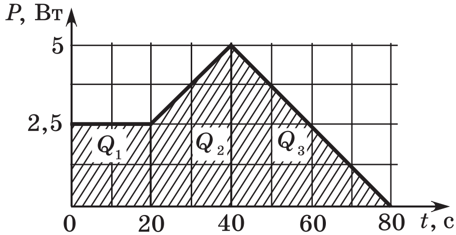



*Рис. 58*

Энергия равна площади фигуры, ограниченной графиком зависимости мощности от времени. Искомые значения количеств теплоты равны площадям, заштрихованным на рисунке. Найдем их:

$Q_1 = 2{,}5 \cdot 20 = 50$ Дж;

$Q_2 = 0{,}5 \cdot (2{,}5 + 5{,}0) \cdot (40 - 20) = 75$ Дж;

$Q_3 = 0{,}5 \cdot 5{,}0 \cdot (80 - 40) = 100$ Дж;

$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 50 + 75 + 100 = 225$ Дж.

## Занятие 24. Электрический ток в металлах, жидкостях и газах

**Задача 1.** $m = 45$ мг.

*Решение.* Первый закон Фарадея для электролиза: $m = kq$. Второй закон Фарадея для электролиза: $k = \dfrac{M}{Fn}$, где $F$ — постоянная Фарадея, $n$ — валентность. Объединенный закон Фарадея для электролиза:

$$m = \frac{Mq}{Fn};\ m = \frac{0{,}064 \cdot 136}{9{,}65 \cdot 10^4 \cdot 2} = 45 \cdot 10^{-6}\ \text{кг}.$$

**Задача 2.** $k = 1{,}12 \cdot 10^{-6}\ \dfrac{\text{кг}}{\text{Кл}}$.

*Решение.* По второму закону Фарадея для электролиза:

$$k = \frac{M}{Fn};\ k = \frac{0{,}108}{9{,}65 \cdot 10^4 \cdot 1} = 1{,}12 \cdot 10^{-6}\ \frac{\text{кг}}{\text{Кл}}.$$

**Задача 3.** $N = 6{,}25 \cdot 10^{18}$.

*Решение.* Через лампу пройдет заряд $q = I\Delta t$. Количество электронов $N = \dfrac{q}{e} = \dfrac{I\Delta t}{e}$, где $e$ — элементарный заряд.

$$N = \frac{0{,}1 \cdot 10}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 6{,}25 \cdot 10^{18}.$$

**Задача 4.** $d = 2{,}7$ мм.

*Решение.* Связь между напряжением и напряженностью однородного электростатического поля:

$$E = \frac{U}{d} \Rightarrow d = \frac{U}{E};\ \ d = \frac{8{,}0 \cdot 10^3}{3{,}0 \cdot 10^6} = 0{,}0027\ \text{м}.$$

## Занятие 25. Сила Ампера. Сила Лоренца

**Задача 1.** $F = 86$ мкН.

*Решение.* Прямолинейный проводник бесконечной длины с током $I_1$ создает в пространстве магнитное поле, модуль индукции которого $B_1 = \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$, где $r$ — расстояние от оси проводника. Это поле действует на участок другого проводника длиной $l$, расположенного параллельно первому на расстоянии $r$ от первого, с силой Ампера, модуль которой

$$F = I_2 B_1 l \Rightarrow F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi r};$$

$$F = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4{,}3 \cdot 9{,}0}{2\pi \cdot 0{,}09} = 8{,}6 \cdot 10^{-5}\ \text{Н}.$$

**Задача 2.** $I = 24$ А.

*Решение.* На рисунке 59 изображены силы, действующие на стержень. Это силы натяжения $2\vec{T}$ двух нитей, сила тяжести $m\vec{g}$ и сила Ампера $\vec{F}_А$. Так как стержень покоится, то:

$$2\vec{T} + m\vec{g} + \vec{F}_А = 0 \Rightarrow m\vec{g} + \vec{F}_А = -2\vec{T}.$$

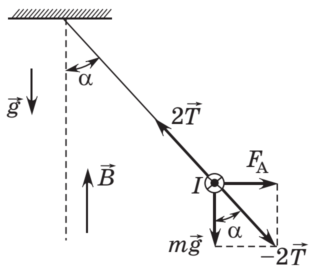


*Рис. 59*

На рисунке видно, что $F_А = mg\,\text{tg}\,\alpha$. Модуль силы Ампера

$$F_А = IBl \Rightarrow IBl = mg\,\text{tg}\,\alpha \Rightarrow I = \frac{mg\,\text{tg}\,\alpha}{Bl}.$$

$$I = \frac{0{,}048 \cdot 10 \cdot 1}{0{,}2 \cdot 0{,}1} = 24\ \text{А}.$$

**Задача 3.** $B = 0{,}21$ Тл.

*Решение.* В однородном электростатическом поле на протон действовала сила, модуль которой $F = qE$, где $q$ — заряд протона. Эта сила совершила работу $A = qEl$, которая равна кинетической энергии, приобретенной протоном:

$$qEl = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2qEl}{m}}.$$

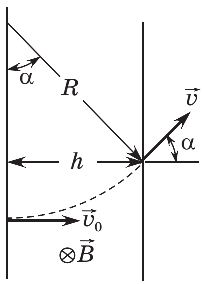


*Рис. 60*

В магнитном поле на протон действует сила Лоренца, направленная перпендикулярно скорости, под действием которой протон движется по дуге окружности радиусом

$$R = \frac{mv}{qB} \Rightarrow R = \frac{m}{qB}\sqrt{\frac{2qEl}{m}} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mEl}{q}}.$$

Изменение направления движения на угол α соответствует повороту на такой же угол (углы со взаимно перпендикулярными сторонами) (рис. 60). На рисунке видно, что при $\alpha = 45°$ $R = \sqrt{2}h$. Таким образом:

$$\sqrt{2}h = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mEl}{q}} \Rightarrow B = \frac{1}{h}\sqrt{\frac{mEl}{q}}.$$

$$B = \frac{1}{0{,}08} \cdot \sqrt{\frac{1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot 90 \cdot 10^{3} \cdot 0{,}3}{1{,}6 \cdot 10^{-19}}} = 0{,}21 \text{ Тл}.$$

## Занятие 26. Электромагнитная индукция. Правило Ленца

**Задача 1.** $\Phi = 8$ мкВб.

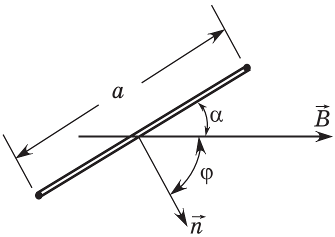


*Рис. 61*

*Решение.* Магнитный поток $\Phi = BS\cos\varphi$. На рисунке 61 видно, что $\varphi = 90° - \alpha \Rightarrow \Phi = BS\sin\alpha$, $S = a^2 \Rightarrow$ $\Rightarrow \Phi = Ba^2\sin\alpha$.

$$\Phi = 0{,}01 \cdot 0{,}04^2 \cdot 0{,}5 = 8 \cdot 10^{-6} \text{ Вб}.$$

**Задача 2.** $I = 5$ А.

*Решение.* В движущемся стержне возникает ЭДС индукции $\mathscr{E}_i = vBl$. Сила тока в стержне

$$I = \frac{\mathscr{E}_i}{R} \Rightarrow I = \frac{vBl}{R}; \quad I = \frac{10 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}25}{0{,}5} = 5 \text{ А}.$$

**Задача 3.** $E = 0{,}8 \ \frac{\text{В}}{\text{м}}$.

*Решение.* В движущемся проводнике возникает ЭДС индукции $\mathscr{E}_i = vBl$. Модуль напряженности электрического поля между концами проводника:

$$E = \frac{\mathscr{E}_i}{l} \Rightarrow E = vB; \quad E = 4 \cdot 0{,}2 = 0{,}8 \ \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

**Задача 4.** $q = 0{,}2$ Кл.

*Решение.* При превращении кругового витка в восьмерку изменяется площадь поверхности, ограниченной проволочным контуром, следовательно, в контуре возникнет ЭДС индукции, среднее значение которой $\langle \mathscr{E}_i \rangle = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$. При этом в контуре возникает ток, среднее значение которого $\langle I \rangle = \frac{\langle \mathscr{E}_i \rangle}{R_0}$, где $R_0 = 2\pi rR$ — полное сопротивление проводника. Заряд, прошедший при этом через сечение проводника,

$$q = \langle I \rangle \Delta t \Rightarrow q = \frac{\langle \mathscr{E}_i \rangle \Delta t}{R_0} \Rightarrow q = -\frac{\Delta\Phi\Delta t}{\Delta t \cdot 2\pi rR} = -\frac{\Delta\Phi}{2\pi rR}.$$

Изменение магнитного потока $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$, где $\Phi_1 = BS_1$, $\Phi_2 = BS_2$. Площадь кругового витка

$$S_1 = \pi r^2 \Rightarrow \Phi_1 = \pi r^2 B.$$

Общая площадь двух кругов восьмерки $S_2 = 2 \cdot \pi r_2^2$, где $r_2$ — радиус кольца восьмерки. Его найдем из условия, что длина окружности одного кольца восьмерки равна половине длины окружности кругового витка:

$$2\pi r_2 = \frac{1}{2} \cdot 2\pi r \Rightarrow r_2 = \frac{1}{2} r \Rightarrow S_2 = \frac{\pi r^2}{2} \Rightarrow \Phi_2 = \frac{\pi r^2}{2} B \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta\Phi = -\frac{\pi r^2}{2} B \Rightarrow q = \frac{\pi r^2 B}{2 \cdot 2\pi rR} \Rightarrow q = \frac{rB}{4R}. \quad q = \frac{0{,}08 \cdot 0{,}03}{0{,}012} = 0{,}2 \text{ Кл}.$$

## Занятие 27. Самоиндукция. Индуктивность. Энергия магнитного поля

**Задача 1.** $E_{si} = 2$ В.

*Решение:* ЭДС самоиндукции определяется выражением

$$\mathscr{E}_{si} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow \mathscr{E}_{si} = -L\frac{I_2 - I_1}{\Delta t};$$

$$\mathscr{E}_{si} = -0{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{0{,}4 - 4{,}4}{0{,}20 \cdot 10^{-3}} = 2 \text{ В}.$$

**Задача 2.** $\Delta t = 10$ мс.

*Решение.* В момент замыкания цепи в катушке возникает ЭДС самоиндукции $E_{si}$, что равносильно тому, что катушка стала источником тока (рис. 62). Поскольку активное сопротивление всех элементов цепи пренебрежимо мало, $\mathscr{E}_{si} + \mathscr{E} = 0$. ЭДС самоиндукции определяется выражением $\mathscr{E}_{si} = -L\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$. Так как $I_0 = 0$, то $\Delta I = I$. В результате:

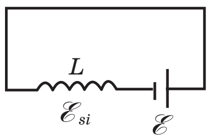


*Рис. 62*

$$\mathscr{E}_{si} = -L\frac{I}{\Delta t} \Rightarrow -L\frac{I}{\Delta t} + \mathscr{E} = 0 \Rightarrow \Delta t = \frac{LI}{\mathscr{E}}; \ \Delta t = \frac{3 \cdot 50}{15} = 10 \text{ мс}.$$

**Задача 3.** $I_2 = 320$ мА.

*Решение.* Начальная энергия магнитного поля катушки $W_1 = \frac{LI_1^2}{2}$. Конечная энергия магнитного поля катушки $W_2 = \frac{LI_2^2}{2}$. Разделив одно выражение на другое, получим:

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{I_1^2}{I_2^2}.$$

По условию

$$\frac{W_1}{W_2} = 10 \Rightarrow \frac{I_1^2}{I_2^2} = 10 \Rightarrow I_2 = \frac{I_1}{\sqrt{10}}; \quad I_2 = \frac{1{,}0}{\sqrt{10}} = 0{,}32 \text{ А}.$$

## Занятие 28. Механические колебания и волны

**Задача 1.** $\varphi_0 = \frac{\pi}{4}$ рад.

*Решение.* Заменим циклическую частоту выражением через период колебаний $\omega = \frac{2\pi}{T}$ в уравнении движения материальной точки:

$$x(t) = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right).$$

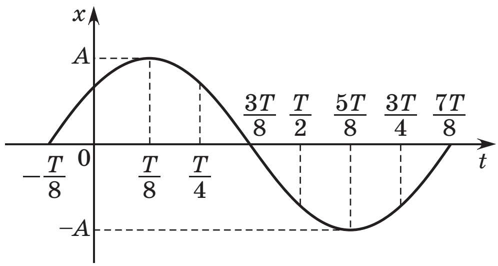



*Рис. 63*

Анализируя рисунок 63, замечаем, что при $t = \frac{T}{8}$ координата

$$x(t) = A \Rightarrow A = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{T}{8} + \varphi_0\right) \Rightarrow \sin\left(\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{T}{8} + \varphi_0\right) = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{T}\cdot\frac{T}{8} + \varphi_0 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{4}.$$

**Задача 2.** $W_к = 21$ мДж.

*Решение.* Запишем уравнение движения материальной точки в привычных стандартных обозначениях:

$$x(t) = A\sin(\omega t + \varphi_0), \text{ где } \omega = \frac{\pi}{15}\ \frac{\text{рад}}{\text{с}},\ \varphi_0 = \frac{\pi}{30}\ \text{рад}.$$

Проекция скорости материальной точки

$$v(t) = A\omega\cos(\omega t + \varphi_0). \qquad (1)$$

Кинетическая энергия частицы

$$W_к = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow W_к = \frac{m}{2}A^2\omega^2\cos^2(\omega t + \varphi_0). \qquad (2)$$

Полная энергия частицы равна максимальному значению кинетической энергии:

$$W = W_к^{\max} \Rightarrow W = \frac{m}{2}A^2\omega^2. \qquad (3)$$

Потенциальная энергия в любой момент времени равна разности полной и кинетической энергии:

$$W_п = W - W_к \Rightarrow W_п = \frac{m}{2}A^2\omega^2 - \frac{m}{2}A^2\omega^2\cos^2(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_п = \frac{m}{2}A^2\omega^2\sin^2(\omega t + \varphi_0). \qquad (4)$$

Разделив (4) на (2), получим:

$$\frac{W_п}{W_к} = \mathrm{tg}^2(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow W_к = \frac{W_п}{\mathrm{tg}^2(\omega t + \varphi_0)}.$$

$$W_к = \frac{W_п}{\mathrm{tg}^2\left(\frac{\pi}{15}\cdot 2 + \frac{\pi}{30}\right)} = \frac{W_п}{\mathrm{tg}^2\left(\frac{\pi}{6}\right)} = 3W_п;\ W_к = 3\cdot 7{,}0 = 21 \text{ мДж}.$$

*Примечание.* Обратите особое внимание на решение этой задачи. С энергетикой колебаний у многих авторов проблемы. Нет проблем с кинетической энергией, она всегда $W_к = \frac{mv^2}{2}$. А что считать потенциальной энергией? В простейшем примере колебаний пружинного маятника многие считают, что это энергия упругой деформации пружины $W_п = \frac{kx^2}{2}$. А если это вертикальные колебания? Как поступать с потенциальной энергией груза $W_г = mgh$? В реальности можно отдельно говорить о потенциальных энергиях отдельных частей колебательной системы только в случаях, если известно устройство этой системы. В общем случае можно определять потенциальную энергию **всей** системы как разность полной энергии (она равна максимальному значению кинетической) и энергии кинетической в данный момент времени.

**Задача 3.** $\Delta t = 0{,}1$ с.

*Решение.* Сигнал возвратился через промежуток времени $\Delta t = \dfrac{2h}{\upsilon}$, где $\upsilon$ — скорость ультразвуковой волны в воде, $\upsilon = \lambda\nu \Rightarrow$ $\Rightarrow \Delta t = \dfrac{2h}{\lambda\nu}$;

$$\Delta t = \frac{2 \cdot 75}{2{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}6 \cdot 10^{6}} = 0{,}1 \text{ с.}$$

**Задача 4.** $\lambda_2 = 0{,}66$ м.

*Решение.* При переходе из одной среды в другую частота колебаний не изменяется. В первой среде $\nu = \dfrac{\upsilon_1}{\lambda_1}$, во второй — $\nu = \dfrac{\upsilon_2}{\lambda_2}$. Приравнивая правые части приведенных выражений, получим:

$$\frac{\upsilon_1}{\lambda_1} = \frac{\upsilon_2}{\lambda_2} \Rightarrow \lambda_2 = \lambda_1 \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1};$$

$$\lambda_2 = 11{,}6 \cdot \frac{330}{5800} = 0{,}66 \text{ м.}$$

## Занятие 29. Электромагнитные колебания и волны

**Задача 1.** $U_0 = 24$ В.

*Решение.* В идеальном колебательном контуре сохраняется полная энергия. Следовательно, максимальная электрическая энергия конденсатора равна максимальной магнитной энергии катушки:

$$\frac{CU_0^2}{2} = \frac{LI_0^2}{2} \Rightarrow U_0 = I_0\sqrt{\frac{L}{C}};$$

$$U_0 = 80 \cdot \sqrt{\frac{9{,}9 \cdot 10^{-3}}{110 \cdot 10^{-9}}} = 24 \text{ В.}$$

**Задача 2.** $I = 50$ мА.

*Решение.* Электрическая энергия контура $W_э = \frac{q^2}{2C}$, магнитная энергия контура $W_м = \frac{LI^2}{2}$. Полная энергия равна их сумме:

$$W = W_э + W_м \Rightarrow W = \frac{q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2} \Rightarrow I = \sqrt{\frac{2W}{L} - \frac{q^2}{LC}};$$

$$I = \sqrt{\frac{2 \cdot 51{,}5 \cdot 10^{-6}}{25 \cdot 10^{-3}} - \frac{\left(4{,}5 \cdot 10^{-6}\right)^2}{25 \cdot 10^{-3} \cdot 500 \cdot 10^{-9}}} = 0{,}05 \text{ А}.$$

**Задача 3.** $\upsilon = 270 \ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

*Решение.* Излучение радиолокатора — это электромагнитная волна, распространяющаяся со скоростью света $c$. Промежутки времени между испусканием и приемом отраженных от самолета импульсов корабельного радиолокатора будут: $\Delta t = \frac{2L}{c}$, где $L$ — расстояние между кораблем и самолетом. Первый импульс вернулся через промежуток времени $\Delta t_1 = \frac{2L_1}{c}$, импульс, посланный через секунду, вернулся через промежуток времени $\Delta t_2 = \frac{2L_2}{c}$. Уменьшение этих промежутков

$$\Delta t = \frac{2L_1}{c} - \frac{2L_2}{c} = \frac{2\left(L_1 - L_2\right)}{c} \Rightarrow L_1 - L_2 = \frac{c\Delta t}{2}.$$

За время $\tau$ расстояние между кораблем и самолетом уменьшилось на $L_1 - L_2$, следовательно,

$$\upsilon = \frac{L_1 - L_2}{\tau} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon = \frac{c\Delta t}{2\tau}; \ \upsilon = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 1{,}8 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 1} = 270 \ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

## Занятие 30. Прямолинейное распространение света. Закон отражения

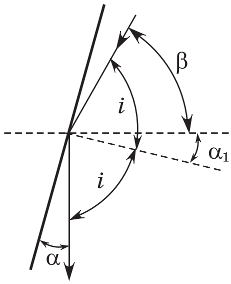


*Рис. 64*

**Задача 1.** $\beta = 50°$.

*Решение.* Ход луча изображен на рисунке 64. На рисунке видно, что угол отражения: $i = 90° - \alpha$. Угол падения равен углу отражения, при этом $i = \beta + \alpha_1$. Углы $\alpha_1$ и $\alpha$ равны как углы со взаимно перпендикулярными сторонами. В результате:

$$90° - \alpha = \beta + \alpha \Rightarrow \beta = 90° - 2\alpha;$$
$$\beta = 90° - 2 \cdot 20 = 50°.$$

**Задача 2.** $h = 0{,}9$ м.

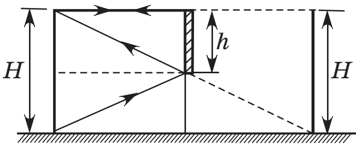


*Рис. 65*

*Решение.* Ход лучей, идущих в глаза человека от макушки и носков ног, изображен на рисунке 65. Из геометрических построений очевидно, что минимальная высота зеркала не зависит от расстояния до зеркала:

$$h = \frac{1}{2}H;$$

$$h = \frac{1}{2} \cdot 1{,}8 = 0{,}9 \text{ м}.$$

**Задача 3.** $H = 5{,}5$ м.

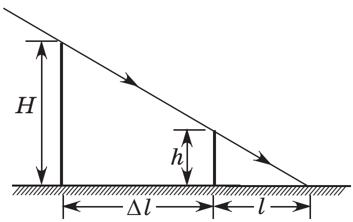


*Рис. 66*

*Решение.* На рисунке 66 показаны тени от столба и шеста. Длины этих теней вместе с высотами столба и шеста образуют подобные треугольники, между сторонами которых выполняются соотношения:

$$\frac{H}{h} = \frac{\Delta l + l}{l} \Rightarrow H = h\frac{\Delta l + l}{l};$$

$$H = 1{,}1 \cdot \frac{520 + 130}{130} = 5{,}5 \text{ м}.$$

## Занятие 31. Закон преломления света

**Задача 1.** $l = 9$ мм.

*Решение*. Ход луча без пластинки и с пластинкой показан на рисунке 67. Искомое расстояние $l = x_2 - x_1$. На рисунке видно:

$x_1 = d\,\text{tg}\,\beta,\ x_2 = d \Rightarrow l = d(1 - \text{tg}\,\beta)$.

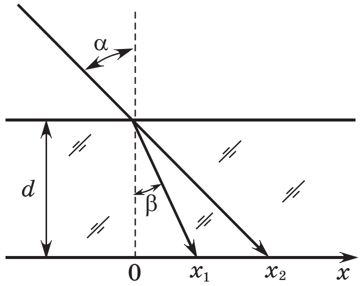



*Рис. 67*

Закон преломления:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n \Rightarrow \sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n};$$

$$\cos\beta = \sqrt{1 - \sin^2\alpha} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos\beta = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}{n};$$

$$\text{tg}\,\beta = \frac{\sin\beta}{\cos\beta} \Rightarrow \text{tg}\,\beta = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}} \Rightarrow l = d\left(1 - \frac{\sin\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}\right);$$

$$l = 18 \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2 \cdot \sqrt{2{,}5 - 0{,}5}}\right) = 9 \text{ мм.}$$

**Задача 2.** $\theta = 40°$.

*Решение*. На рисунке 68 изображен ход луча в призме. Закон преломления на левой грани:

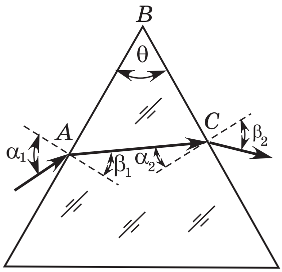



*Рис. 68*

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\beta_1} = n \Rightarrow \sin\beta_1 = \frac{\sin\alpha_1}{n};$$

$$\sin\beta_1 = \frac{\sin 45°}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \beta_1 = 30°.$$

Рассмотрим треугольник $ABC$. В нем

$$\angle BAC = 90° - \beta_1 = 60°;$$

$$\angle BCA = 90° - \alpha_2 = 80°.$$

В результате $\theta = 180° - 60° - 80° = 40°$.

## Занятие 32. Построение изображений в линзах. Формула тонкой линзы

**Задача 1.** $F = 20$ см.

*Решение.* Воспользуемся формулой Ньютона:

$$F^2 = ab \Rightarrow F = \sqrt{ab};$$

$$F = \sqrt{10 \cdot 40} = 20 \text{ см}.$$

*Примечание.* Обратите внимание на формулу Ньютона. Она менее популярна, чем формула тонкой линзы. Поэтому обычно решение подобных задач начинают с использования формулы тонкой линзы и в результате сталкиваются с существенными математическими проблемами. Эти формулы, конечно, связаны между собой, но они выводятся через анализ **разных** пар подобных треугольников, и вывод одной формулы из другой при решении конкретной задачи, как правило, затруднителен.

**Задача 2.** $F = 200$ см.

*Решение.* Формула тонкой линзы в первом и во втором случаях:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1}; \quad \frac{1}{F} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2}. \qquad (1)$$

Умножим первое уравнение на $d_1$, а второе на $d_2$. Получим:

$$\frac{d_1}{F} = 1 + \frac{d_1}{f_1}; \quad \frac{d_2}{F} = 1 + \frac{d_2}{f_2}. \qquad (2)$$

Увеличение линзы в первом и во втором случае:

$$\Gamma_1 = \frac{h_1}{H} = \frac{f_1}{d_1}; \quad \Gamma_2 = \frac{h_2}{H} = \frac{f_2}{d_2}. \qquad (3)$$

С учетом (3) выражения (2) примут вид:

$$\frac{d_1}{F} = 1 + \frac{H}{h_1}; \quad \frac{d_2}{F} = 1 + \frac{H}{h_2}. \qquad (4)$$

Первое из выражений (4) умножим на $h_1$, а второе на $h_2$ и отнимем от первого второе. Получим:

$$\frac{h_1 d_1 - h_2 d_2}{F} = h_1 - h_2 \Rightarrow F = \frac{h_1 d_1 - h_2 d_2}{h_1 - h_2};$$

$$F = \frac{20 \cdot 3 - 10 \cdot 4}{20 - 10} = 2 \text{ м}.$$

**Задача 3.**

*Решение*. См. рис. 69.

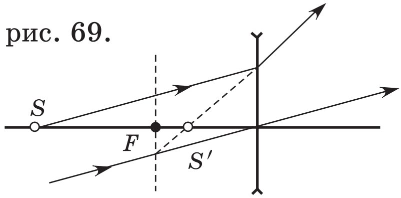



*Рис. 69*

**Задача 4.**

*Решение*. См. рис. 70.

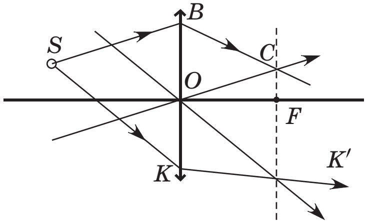



*Рис. 70*

## Занятие 33. Интерференция и дифракция света

**Задача 1.** $n = 1{,}8$.

*Решение*. Условие интерференционного максимума:

$$\Delta = k\lambda = 3\lambda.$$

Длина волны $\lambda = \dfrac{\upsilon}{\nu}$, где $\upsilon = \dfrac{c}{n}$ — скорость света в среде. В результате

$$\lambda = \frac{c}{n\nu} \Rightarrow \Delta = \frac{3c}{n\nu} \Rightarrow n = \frac{3c}{\nu\Delta}; \quad n = \frac{3 \cdot 3 \cdot 10^{8}}{1{,}25 \cdot 10^{14} \cdot 4 \cdot 10^{-6}} = 1{,}8.$$

**Задача 2.** $\lambda = 580$ нм.

*Решение*. Условие максимума дифракционной решетки: $d\sin\varphi = k\lambda$. В данной задаче $k = 1$, $\varphi = \dfrac{\alpha}{2} = 4°$, период решетки

$$d = \frac{10^{-3}}{N} = \frac{10^{-3}}{120} = 8{,}3 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

В итоге: $\lambda = 8{,}3 \cdot 10^{-6} \cdot \sin 4° = 0{,}58 \cdot 10^{-6}$ м.

**Задача 3.** $\lambda = 500$ нм.

*Решение.* Условие максимума дифракционной решетки:

$$d\sin\varphi = k\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{d\sin\varphi}{k}; \quad \lambda = \frac{2000 \cdot \sin 30^\circ}{2} = 500 \text{ нм}.$$

## Занятие 34. Физика атома и атомного ядра

**Задача 1.** $U_з = 4{,}3$ В.

*Решение.* Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:

$$E = A_{вых} + E_к^{max}.$$

Электрическое поле, действуя на фотоэлектрон, совершает работу и при напряжении $U_з$ уменьшает энергию фотоэлектрона до нуля. По теореме о кинетической энергии $E_к^{max} = eU_з$. Если $E_к^{max}$ измерена в электронвольтах, то

$$E_к^{max} = U_з \Rightarrow E = A_{вых} + U_з \Rightarrow U_з = E - A_{вых};$$

$$U_з = 8{,}8 - 4{,}5 = 4{,}3 \text{ В}.$$

**Задача 2.** $P = 1{,}5$ Вт.

*Решение.* Энергия одного фотона $E_1 = h\nu$, импульс $p_1 = \frac{h\nu}{c}$. Фотоны, которые поглощаются, передают телу импульс, равный $p_1$; фотоны, отраженные от поверхности тела, передают телу импульс, равный $2p_1$. Если за промежуток времени $\Delta t$ на поверхность тела падает $N$ фотонов, то изменение импульса тела

$$\Delta p = 0{,}2N\frac{h\nu}{c} + 0{,}8N \cdot 2\frac{h\nu}{c} = 1{,}8N\frac{h\nu}{c}.$$

Число фотонов найдем, разделив энергию излучения на энергию одного фотона:

$$N = \frac{P\Delta t}{h\nu} \Rightarrow \Delta p = 1{,}8\frac{P\Delta t}{h\nu} \cdot \frac{h\nu}{c} = 1{,}8\frac{P\Delta t}{c}.$$

По второму закону Ньютона импульс силы, действующей на тело, равен изменению импульса тела:

$$F\Delta t = \Delta p \Rightarrow F\Delta t = 1{,}8\frac{P\Delta t}{c} \Rightarrow P = \frac{Fc}{1{,}8};$$

$$P = \frac{9{,}0 \cdot 10^{-9} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{1{,}8} = 1{,}5 \text{ Вт}.$$

**Задача 3.** $^{226}_{88}\mathrm{Ra}$.

*Решение.* При каждом $\alpha$-распаде массовое число изотопа уменьшается на 4, а зарядовое — на 2. При каждом $\beta^-$-распаде зарядовое число возрастает на 1, а массовое не изменяется. Тогда имеем:

$A = 238 - 3 \cdot 4 = 226$, $Z = 92 - 3 \cdot 2 + 2 = 88$.

**Задача 4.** $E = 14{,}9$ МэВ.

*Решение.* Энергия связи ядра изотопа $^{7}_{3}\mathrm{Li}$

$$E_1 = 7 \cdot E_{\text{уд.1}} = 7 \cdot 5{,}61 \text{ МэВ} = 39{,}27 \text{ МэВ};$$

энергия связи ядра изотопа $^{2}_{1}\mathrm{H}$

$$E_2 = 2 \cdot E_{\text{уд.2}} = 2 \cdot 1{,}11 \text{ МэВ} = 2{,}22 \text{ МэВ};$$

энергия связи ядра изотопа $^{8}_{4}\mathrm{Be}$

$$E_3 = 8 \cdot E_{\text{уд.3}} = 8 \cdot 7{,}06 \text{ МэВ} = 56{,}08 \text{ МэВ};$$

энергия связи нейтрона равна нулю.

Энергия $E$, выделяющаяся в реакции

$^{7}_{3}\mathrm{Li} + {}^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{8}_{4}\mathrm{Be} + {}^{1}_{0}\mathrm{n}$,

равна изменению энергии связи

$$E = E_3 - E_1 - E_2;$$

$$E = 56{,}08 \text{ МэВ} - 39{,}27 \text{ МэВ} - 2{,}22 \text{ МэВ} = 14{,}9 \text{ МэВ}.$$

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Программа вступительных испытаний и требования к уровню подготовки по физике. Обзор заданий, предлагавшихся на ЦТ в предыдущие годы.

Задачи по темам «Равномерное прямолинейное движение. Равноускоренное прямолинейное движение. Свободное падение. Криволинейное движение». Основные типы задач. Координатный, векторный и графический способы решения задач кинематики.

Задачи по темам «Законы Ньютона. Силы в механике. Движение связанных тел. Динамика движения материальной точки по окружности». Основные типы задач. Алгоритм решения задач динамики.

Задачи по темам «Импульс. Закон сохранения импульса. Реактивное движение. Механическая работа. Мощность. Закон сохранения энергии. Теорема о кинетической энергии». Основные типы задач и методы их решения.

Задачи по темам «Условия равновесия тел. Механика жидкости и газа».

Задачи по темам «Основное уравнение молекулярно-кинетической теории. Газовые законы. Изопроцессы. Уравнение состояния идеального газа». Основные типы задач и методы их решения.

Задачи по темам «Первый закон термодинамики. Тепловые двигатели. КПД тепловых двигателей». Основные типы задач и методы их решения.

Задачи по темам «Закон Кулона. Напряженность электростатического поля. Потенциал. Разность потенциалов. Электроемкость. Конденсаторы». Основные типы задач и методы их решения.

Задачи по темам «Закон Ома для участка цепи. Закон Ома для полной цепи. Работа и мощность тока. Электрический ток в металлах, жидкостях и газах». Основные типы задач и методы их решения.

Задачи по темам «Сила Ампера. Сила Лоренца. Электромагнитная индукция. Правило Ленца. Самоиндукция. Индуктивность. Энергия магнитного поля». Основные типы задач и методы их решения.

Задачи по темам «Механические колебания и волны. Электромагнитные колебания и волны». Основные типы задач и методы их решения.

Задачи по темам «Прямолинейное распространение света. Закон отражения. Закон преломления света. Построение изображений в линзах. Формула тонкой линзы». Основные типы задач и методы их решения.

Задачи по темам «Интерференция и дифракция света». Основные типы задач и методы их решения.

Задачи по ядерной физике. Основные типы задач и методы их решения.

## ЛИТЕРАТУРА

Аксенович, Л. А. Физика в средней школе : Теория. Задания. Тесты / Л. А. Аксенович, Н. Н. Ракина, К. С. Фарино ; под ред. К. С. Фарино. — Минск : Адукацыя і выхаванне, 2004.

Аксенович, Л. А. Физика. Задачи и решения : учеб. пособие для школ нового типа / Л. А. Аксенович, Н. Н. Ракина. — 2-е изд., испр. — Минск : Дизайн ПРО, 2003.

Балаш, В. А. Задачи по физике и методы их решения / В. А. Балаш. — М. : Просвещение, 1983.

Беликов, В. С. Решение задач по физике. Общие методы / В. С. Беликов — М. : Высшая школа, 1986.

Богатин, А. С. Физика : пособие для абитуриентов / А. С. Богатин, Л. М. Монастырский. — Минск : Интерпрессервис ; Ростов н/Д. : Феникс, 2002.

Бондарь, В. А. Физика. Теория и технология решения задач / В. А. Бондарь [и др.] ; под ред. В. А. Яковенко. — Минск : ТетраСистемс, 2003.

Гельфгат, И. М. 1001 задача по физике с ответами, указаниями, решениями / И. М. Гельфгат, Л. Э. Генденштейн, Л. А. Кирик. — М. : Илекса, 2001.

Дамитов, Б. К. Физические задачи и методы их решения / Б. К. Дамитов, Л. М. Фридман. — Алма-Ата : Мектеп, 1987.

Демков, В. П. Физика. Теория. Методика. Задачи / В. П. Демков, О. Н. Третьякова. — М. : Высшая школа, 2001.

Жилко, В. В. Сборник заданий по физике для проведения выпускных экзаменов за курс средней школы, тестирования, вступительных экзаменов в высшие учебные заведения / В. В. Жилко, Л. А. Исаченкова, А. А. Луцевич. — Минск : Адукацыя і выхаванне, 2003.

Задачи по физике : учеб. пособие / И. И. Воробьев, П. И. Зубков, Г. А. Кутузова [и др.] ; под ред. О. Я. Савченко. — 2-е изд., перераб. — М. : Наука, 1988.

Игропуло, В. С. Физика : алгоритмы, задачи, решения : пособие для всех, кто изучает и преподает физику / В. С. Игропуло, Н. В. Вязников. — М. : Илекса ; Ставрополь : Сервисшкола, 2004.

Капельян, С. Н. Физика : пособие для подготовки к экзамену и централизованному тестированию : пособие для учащихся учреждений, обеспечивающих получение общ. сред. образования / С. Н. Капельян, В. А. Малашонок. — 6-е изд. — Минск : Аверсэв, 2009.

Капельян, С. Н. Физика : типичные ошибки на централизованном тестировании и экзамене / С. Н. Капельян, В. А. Малашонок. — Минск : Аверсэв, 2006.

Касаткина, И. Л. Репетитор по физике. Механика. Молекулярная физика. Термодинамика / И. Л. Касаткина ; под ред. Т. В. Шкиль. — 6-е изд., перераб. и доп. — Ростов н/Д. : Феникс, 2006.

Касаткина, И. Л. Репетитор по физике. Электромагнетизм. Колебания и волны. Оптика. Элементы теории относительности. Физика атома и атомного ядра / И. Л. Касаткина ; под ред. Т. В. Шкиль. — 6-е изд., перераб. и доп. — Ростов н/Д. : Феникс, 2006.

Кембровский, Г. С. Олимпиады по физике 2003—2004 гг. / Г. С. Кембровский, Л. Г. Маркович, А. И. Слободянюк. — Минск : Бел. ассоц. «Конкурс», 2006.

Кембровский, Г. С. Олимпиады по физике : 7—11 классы (2006 год) / Г. С. Кембровский, Л. Г. Маркович, А. И. Слободянюк. — Минск : Аверсэв, 2007.

Кембровский, Г. С. Олимпиады по физике : 7—11 классы (2007 год) / Г. С. Кембровский, А. И. Слободянюк, Л. Г. Маркович [и др.]. — Минск : Аверсэв, 2008.

Кембровский, Г. С. Олимпиады по физике : от школьных до международных / Г. С. Кембровский, Л. Г. Маркович, А. И. Слободянюк. — Минск : Красико-Принт, 2003.

Луцэвіч, А. А. Тэхналогія рашэння задач па механіцы і малекулярнай фізіцы на аснове даследавання фізічных сістэм / А. А. Луцэвіч, С. У. Якавенка. — Мінск : Народная асвета, 2004.

Наумчик, В. Н. Физика. Решение задач повышенной сложности / В. Н. Наумчик. — Минск : Мисанта, 2003.

Олимпиады по физике : 7—11 классы (2008 год) / Г. С. Кембровский [и др.]. — Минск : Аверсэв, 2008.

Савченко, Н. Е. Решение задач по физике : учеб. пособие / Н. Е. Савченко. — 7-е изд. — Минск : Высшая школа, 2006.

Слободянюк, А. И. Олимпиады по физике / А. И. Слободянюк, Л. Г. Маркович, А. В. Лавриненко. — Минск : Аверсэв, 2003.

Усова, А. В. Практикум по решению физических задач / А. В. Усова, Н. Н. Тулькибаева. — М. : Просвещение, 1992.

Фирганг, Е. В. Руководство к решению задач по курсу общей физики / Е. В. Фирганг. — СПб. : Лань, 2008.

Централизованное тестирование : Физика : сб. тестов / Респ. ин-т контроля знаний Мин-ва образования Респ. Беларусь. — Минск : Юнипресс, 2005.

Централизованное тестирование : Физика : сб. тестов / Респ. ин-т контроля знаний Мин-ва образования Респ. Беларусь. — Минск : Аверсэв, 2006.

Централизованное тестирование : Физика : сб. тестов / Респ. ин-т контроля знаний Мин-ва образования Респ. Беларусь. — Минск : Аверсэв, 2007.

Централизованное тестирование : Физика : сб. тестов / Респ. ин-т контроля знаний Мин-ва образования Респ. Беларусь. — Минск : Аверсэв, 2008.

Централизованное тестирование : Физика : сб. тестов / Респ. ин-т контроля знаний Мин-ва образования Респ. Беларусь. — Минск : Аверсэв, 2009.

# СОДЕРЖАНИЕ

*Учебное издание*

ФАКУЛЬТАТИВНЫЕ ЗАНЯТИЯ

**Анцулевич** Владимир Иванович
**Дорофейчик** Владимир Владимирович
**Жилко** Виталий Владимирович и др.

**ФИЗИКА. 9—11 КЛАССЫ**

Пособие для учителей общеобразовательных учреждений
с белорусским и русским языками обучения

*2-е издание*

Ответственный за выпуск *Д. Л. Дембовский*

Подписано в печать 01.11.2011. Формат 60×84 1/16. Бумага типографская.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 16,74. Уч.-изд. л. 9,41. Тираж 1100 экз. Заказ

Общество с дополнительной ответственностью «Аверсэв».
ЛИ № 02330/0003944 от 03.02.2009. Ул. Н. Олешева, 1, офис 309, 220090, Минск.
**E-mail: info@aversev.by; www.aversev.by**
Контактные телефоны (017) 268-09-79, 268-08-78.
Для писем: а/я 3, 220090, Минск.

Республиканское унитарное предприятие
«Издательство “Белорусский Дом печати”».
ЛП № 02330/0494179 от 03.04.2009.
Просп. Независимости, 79, 220013, Минск.